

УЧЕБНИК КРИСТАЛЛОГРАФИИ

Часть I

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Ф. Ю. ЛЕВИНСОНА-ЛЕССИНГА
Профессора Петроградского Политехнического
Института и Петроградского Университета
и Д. С. БЕЛЯНКИНА
Профессора Петроградского
Политехнического Института

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ
ИСПРАВЛЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

С 251 фигурами

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ПЕТРОГРАД — МОСКВА
1923.



УЧЕБНИК КРИСТАЛЛОГРАФИИ

Часть I

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Ф. Ю. ЛЕВИНСОНА-ЛЕССИНГА
Профессора Петроградского Политехнического
Института и Петроградского Университета

и Д. С. БЕЛЯНКИНА
Профессора Петроградского
Политехнического Института

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ
ИСПРАВЛЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

С 251 фигурами

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ПЕТРОГРАД — МОСКВА
1923.

Настоящее издание подготовлено
к печати и напечатано Издатель-
ством „Academia“ для Государ-
ственного Издательства.

О Г Л А В Л Е Н И Е.

	Стр.
ПРЕДИСЛОВИЕ к первому изданию	7
ПРЕДИСЛОВИЕ ко второму изданию	8
1. Часть общая.	9
ГЛАВА 1-я	—
§ 1. Понятие о кристалле и кристаллическом состоянии	—
§ 2. О кристаллизации и росте кристаллов	14
§ 3. О строении кристаллов	19
ГЛАВА 2-я	22
§ 4. Элементы ограничения кристаллов	—
§ 5. Типы граней и фигур	—
§ 6. Закон постоянства граничных углов	24
ГЛАВА 3-я	25
§ 7. Кристаллические оси, параметры, индексы	—
§ 8. Закон рациональности параметров (или индексов)	31
ГЛАВА 4-я	32
§ 9. Три категории кристаллов: простые формы, комбинации и двойники	—
ГЛАВА 5-я	38
§ 10. Зоны	—
ГЛАВА 6-я	44
§ 11. Симметрия	—
§ 12. Классы симметрии	53
ГЛАВА 7-я	57
§ 13. Классификация кристаллов	—
ГЛАВА 8-я	59
§ 14. Мерздрия	—
ГЛАВА 9-я	63
§ 15. Измерение кристаллов	—
§ 16. Стереографическая проекция	65
§ 17. Вычисление кристаллов	70

	Стр.
II. Систематика	74
ГЛАВА 10	—
Кристаллы с несколькими главными осями	—
Кубическая система	—
Кристаллы с одной главной осью	85
Гексагональная система	86
Квадратная система	104
Кристаллы без главной оси	113
Ромбическая система	—
Моноклиническая система	119
Триклиническая система	124
III. Приложения	127
1. Дополнения о проекциях	—
2. Таблица-ключ для определения классов симметрии	130
3. Рентгенография кристаллов	134

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ.

Предлагаемый учебник является первым из серии задуманных мною учебников по всем читаемым мною в Петербургском Политехническом Институте курсам. При составлении этих учебников мною руководит желание дать моим слушателям руководства, приуроченные к моим курсам по духу и по объему.

В первой общей части Геометрической Кристаллографии изложены те главы, которые я обыкновенно излагаю на лекциях с некоторой подробностью. Вторая часть—систематика, излагаемая на лекциях лишь в самых общих чертах, должна служить пособием при изучении моделей кристаллов и для подготовки к экзамену. Об измерении, вычислении и проекциях сообщаются в 3-ей части лишь краткие сведения, так как эти отделы изучаются на обязательных практических занятиях, для которых рекомендуется переведенное мною и Н. В. Култашевым, с некоторыми изменениями и дополнениями, пособие Шевалье¹⁾.

Клише для систематики заимствованы из русского перевода Физической Кристаллографии Грота, изданного под моей редакцией (с некоторыми дополнениями) К. Л. Риккером в 1896 г.

Приношу сердечную благодарность Д. С. Белянкину, оказавшему мне существенную помощь при редактировании 3-ей части и при чтении корректур.

Ф. Левинсон-Лессинг.

Петербург,
май 1910 г.

¹⁾ А. Шевалье. Пособие для упражнений по кристаллографии. (Измерение, вычисление и изображение кристаллов). Перевод (с некоторыми изменениями) Ф. Левинсона-Лессинга и Н. Култашева. Юрьев, 1902.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ.

Первое издание уже давно разошлось и еще несколько лет тому назад было предположено выпустить новое издание. Однако, по разным причинам, частью личного, частью общего характера, это намерение осуществляется лишь теперь.

Новое издание выпускается мною совместно с профессором Д. С. Белянкиным в переработанном виде. Проф. Белянкиным вновь написано дополнение о рентгенологии кристаллов, и отчасти вновь написаны, отчасти переработаны параграфы, относящиеся к измерению кристаллов, к стереографической проекции и к теоремам об осях симметрии; кроме того, им сделаны в разных местах некоторые дополнения, изменения и исправления, так что в настоящем своем виде предлагаемый курс геометрической кристаллографии должен быть рассматриваем в значительной степени как наш совместный труд.

Вскоре мы предполагаем выпустить в свет также физическую кристаллографию.

Ф. Левинсон-Лессинг.

Петроград,
октябрь 1922 г.

І. Часть общая.

Г Л А В А 1-я.

§ 1. Понятие о кристалле и кристаллическом состоянии.

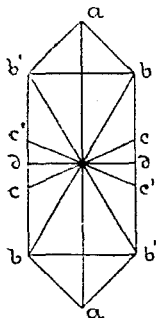
При первом знакомстве с кристаллом: горным хрусталем, каменной солью и пр.—прежде всего привлекает внимание правильность его внешней формы: плоские грани, ограничивающие кристалл, ребра и углы, в которых они пересекаются, образуют более или менее сложные многогранники, кристалл является правильной геометрической фигурой. Нетрудно, однако, убедиться, что сущностью кристалла является не эта правильная форма многогранника, а та правильность и то своеобразие внутреннего молекулярного строения, отражением и внешним выразителем которых и служит правильность формы кристалла. В самом деле, перестанет ли кристалл быть телом кристаллическим, если он в силу каких-нибудь причин утратит правильность своей формы, напр., если отломить от него кусок или подпилить и подшлифовать его грани, если частичным растворением уничтожить правильность углов и ребер или даже совершенно их устранить? Как мы увидим дальше, утрата кристаллом в той или иной мере правильности наружной формы не лишает его других признаков, которыми определяется его принадлежность к кристаллическому состоянию; отсюда ясно, что свойственная кристаллам правильная форма многогранника, хотя и важный, но не первенствующий признак кристаллического состояния. С другой стороны, естественно задать себе и другой вопрос, можно ли называть кристаллическим телом правильную, хотя бы самую совершенную модель кристалла, сделанную из стекла, из дерева, из воска и т. п.? В первом случае кристалл, хотя бы и утративший правильность своей формы, по прежнему отличается такими особенностями внутреннего строения, которые дают возможность признать в нем кристаллическое тело и отличить его от тела аморфного. Во втором—вещество, из которого сделана модель кристалла, не обнаруживает никаких признаков кристаллического состояния, и никакой закономерной связи между физическими свойствами и правильностью формы кристалла не замечается. Таким образом, как ни важна правильная геометрическая форма кристалла, но она является не единственным признаком, по которому кристаллическое тело отличается от аморфного, а во многих случаях даже и не наиболее важным. Отличительным признаком кристаллического состояния от аморфного является особенность физических свойств кристаллического тела, дающая возможность отличить его от аморфного. даже и в том случае, когда отсутствует или недостаточно ярко выражен такой характерный внешний признак, как правильная многогранная форма кристалла.

Хорошей иллюстрацией того, что правильная наружная форма кристаллов является лишь следствием особенностей внутреннего моле-

кулярного строения, могут служить явления растворения и явления за-лечивания искусственно или случайно поврежденных кристаллов, о которых будет сказано в главе о кристаллизации.

Особенность кристаллического тела в физическом отношении заключается в том, что величина и характер физических свойств меняются в кристалле с направлением, иначе сказать—в разных направлениях неодинаковы.

Когда, например, определяют величину показателя преломления света, величину теплопроводности, коэффициент термического расширения, силу сцепления или какое-нибудь иное физическое свойство в теле аморфном, совершенно безразлично, в каком направлении измеряется данное свойство: показатель преломления, коэффициент расширения и т. п. для каждого вещества есть величина особая, индивидуальная, но не зависящая от направления. Иное дело кристалл: величина того или иного из вышеназванных физических свойств не только различна у разных кристаллов, но различна и у одного и того же кристалла в разных направлениях. Так, напр., если мы будем измерять в кристалле (фиг. 1) скорость распространения света в направлениях a ,



Фиг. 1.

мы получим одну величину, для направления b —другую, для c —третью и т. д. Каждая из этих линий a , b , c , есть вектор; каждая физическая величина, которая определяется не только числом, но и направлением, есть величина векториальная, или просто вектор. Это изменение величины физических свойств с направлением называется векториальностью физических свойств кристалла, или, иначе, его анизотропностью. Физические свойства можно разбить на две категории: скалярные, которые определяются только числом, напр., удельный вес, точка плавления, и векториальные, которые определяются числом и направлением: сцепление, теплопроводность, электропроводность, расширение от нагревания, скорость распространения света, магнитная индукция, диэлектрическая поляризация. Эта вторая категория

физических свойств и отличает кристаллическое тело от аморфного тем, что различные векторы для этих свойств у тела аморфного одинаковы, а у кристалла, вообще говоря, различны.

Таким образом, мы можем сказать, что кристаллическое тело—это тело анизотропное. Эта анизотропность проявляется в некоторых простых, внешних или легко замечаемых особенностях кристаллов; неудивительно, поэтому, что она была подмечена уже давно, задолго до того, как в течение прошлого столетия была установлена в разных кристаллах закономерность изменения физических свойств с направлением и связь этого явления с геометрической формой кристалла. Так, напр., уже давно известна одна из характернейших особенностей кристаллов, а именно спайность, т. е., способность при ударе распадаться на куски, ограниченные правильными кристаллическими гранями. И если первоначально могли считать это свойство за случайную особенность некоторых кристаллов, то теперь мы знаем, что это лишь следствие неравномерного распределения сцепления в кристаллах и что спайность может наблюдаться только у кристаллов и служит одним из характернейших их признаков. Когда в 1670 г. Эразм Бартолин открыл на кристаллах исландского шпата двойное лучепреломление, это свойство могло показаться особенностью, присущей только исландскому шпату; Гюйгенс показал, что оно наблю-

дается и у многих других кристаллов, а теперь мы настолько хорошо знаем особенности двойного лучепреломления, свойственные разным системам кристаллов, что охотно пользуемся явлениями двойного лучепреломления для установления принадлежности кристалла к той или иной системе. Точно также способность электризоваться при нагревании и охлаждении (пирозлектричество), обнаруженная впервые на цейлонских турмалинах, первоначально носила на себе все признаки случайной индивидуальной особенности турмалина, а в настоящее время представляет одно из наиболее замечательных физических явлений, на которых с такой резкостью выступает в кристаллах связь физических свойств с их геометрической симметрией.

Итак, кристалл обладает анизотропностью, и это дает возможность отличить кристаллическое тело от аморфного даже и в том случае, если мы имеем дело с недоразвившимся или изуродованным кристаллом, т. е., когда отсутствует внешняя правильная форма. Даже и в таком виде анизотропность является важной и интересной особенностью кристаллического тела. Но ценность анизотропности еще значительно возрастает вследствие того, что кристаллы по отношению ко многим физическим свойствам не просто анизотропны, а симметрично анизотропны, или симметрично векториальны; другими словами, изменение физических свойств в кристаллах представляет известную правильность, оно подчинено некоторой закономерности. Выше было указано, что различные в геометрическом отношении направления являются различными и в физическом. Но из этого не следует, чтобы непременно все направления были различны в физическом отношении, а наблюдение показывает, что это на самом деле не всегда и бывает; во многих случаях те или иные из различных геометрических направлений оказываются одинаковыми в физическом отношении, и чем больше таких одинаковых направлений, тем выше правильность, или симметричность, в распределении физических свойств. Возьмем, для примера, кристалл, продольный разрез которого представлен на фиг. 1. Направление b отличается в физическом отношении от направления c и от многих других, но оно, напр., тождественно с направлением b' ; точно также направлению c соответствует тождественное с ним направление c' , и т. д. Направления b , b' , c , c' , и пр. расположены так, что плоскость aa , перпендикулярная бумаге, является для них плоскостью симметрии, т. е., все, что наблюдается по одну сторону от этой плоскости, в том же виде повторяется и по другую сторону от нее. Этот элементарный пример показывает нам, что одинаковые в физическом отношении направления бываюи расположены с известной правильностью, что существуют по отношению к физическим свойствам в кристалле плоскости, которые играют роль плоскостей симметрии. Число и расположение одинаковых векторов определяет степень симметрии данного физического свойства в данном кристалле, и в этом отношении все кристаллы могут быть сгруппированы так или иначе.

Итак, кристаллическое состояние—это состояние физически анизотропное, с той или иной степенью симметрии векториальных физических свойств. Постепенно выяснилось, что в этом заключается отличительная особенность твердого состояния от жидкого и газообразного, и поэтому постепенно стали термин „кристаллический“ отождествлять с термином „твердый“ (в физическом, а не общежитейском значении этого слова). С этой точки зрения стекло, вообще всякий аморфный сплав, представляет не твердое тело, а жидкость с очень большим

внутренним трением. Необходимым атрибутом нормально развившегося кристаллического тела является его ограничение плоскими гранями, пересекающимися под определенными углами, т. е., правильная форма многогранника, отсутствующая у тела аморфного. Поэтому, мы можем определить кристалл как твердое, физически анизотропное тело, имеющее форму многогранника.

Некоторое осложнение в это определенное и ясное представление о кристалле, как единственном представителе твердого состояния, внесли так называемые жидкие кристаллы; некоторые органические соединения, напр., р-азоксифенотол, являются жидкими, каплеобразными и в тоже время обнаруживают двойное лучепреломление. Оставим в стороне спор о том, что такое „жидкие кристаллы“, действительно ли это однородные анизотропные тела, или нет; признаем их за тела однородные. На первый взгляд может показаться, что жидкие кристаллы находятся в непримиримом противоречии с вышеуказанным определением кристаллического состояния как твердого, что возможны „кристаллические жидкости“. На самом деле здесь нет такого резкого противоречия, если вспомнить, что жидкие кристаллы обнаруживают анизотропность только по отношению к распространению света. Мы знаем, что существуют кристаллы, не обладающие двойным лучепреломлением; с другой стороны, мы знаем, что под влиянием внешнего воздействия, например, давления или растяжения, аморфные вещества: стекло, каучук и т. п., приобретают способность двойного лучепреломления. Таким образом, факт двойного лучепреломления сам по себе не является еще несомненным доказательством кристаллического состояния, как не является доказательством аморфного состояния отсутствие двойного лучепреломления. Гораздо важнее для распознавания кристаллических тел и для отграничения их от аморфных другое физическое свойство, а именно, сцепление и связанные с ним явления роста. Всякое кристаллическое тело непременно анизотропно по отношению к сцеплению и, наоборот, у аморфного тела сила сцепления одинакова в разных направлениях. Исходя из этого, мы можем ограничить понятие о кристалле такими однородными телами, которые анизотропны по отношению к сцеплению—и в таком случае „жидкие кристаллы“ не войдут в состав кристаллов, для которых останется необходимым признаком правильная многогранная форма.

Аморфное состояние отличается от кристаллического, помимо отсутствия анизотропности и правильного ограничения, еще и некоторыми другими особенностями, которые удобнее всего подметить, если, изучать одно и тоже вещество и в кристаллическом, и в аморфном состоянии: в таком случае легко обнаружить, что в кристаллическом состоянии тело плотнее, чем в аморфном (напр., удельный вес природной кристаллической серы 2, а аморфной 1,9, кристаллического сурьмяного блеска Sb^2S^3 —4,75, аморфного 4,15; кристаллического кремнезема SiO_2 , кварца, 2,6, а аморфного—2,2); в аморфном состоянии оно обыкновенно легче плавится, легче разлагается кислотами, легче растворяется, твердость его меньше, и т. п.

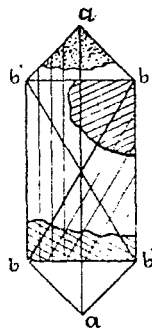
Все это доказывает, что в кристаллическом состоянии частицы, слагающие тело, не только расположены с известной закономерностью, обуславливающей степень симметрии физических свойств, но и расположены плотнее, ближе друг к другу, а следовательно и связь между ними прочнее.

Мы только что упомянули о плавлении аморфного вещества; этот процесс резко отличается от плавления кристаллического тела. Возьмем, для примера, лед и стекло.

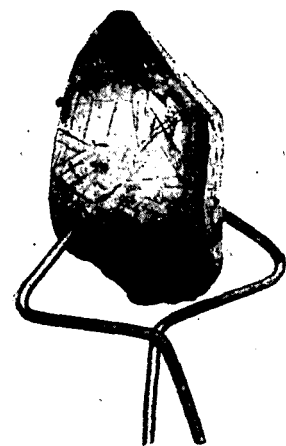
Лед, кристаллическое тело, плавится, переходит в воду при определенной температуре, 0° . На переход этот, на разрушение правильного построения кристаллического вещества, тратится, так называемая, „скрытая теплота“: все время, пока тает лед, смесь его с водою, несмотря на приток тепла извне, сохраняет температуру 0° . Свойства льда при превращении его в воду скачкообразно изменились: твердое тело стало жидким, удельный объем сократился на 10% и т. д.

Совершенно иначе ведет себя при нагревании аморфное тело, стекло. Оно размягчается и сжижается строго постепенно, без скачкообразного изменения свойств, нет здесь ни температуры его плавления, ни скрытой его теплоты. Это и вполне понятно, так как весь процесс сводится к уменьшению внутреннего трения аморфного тела, а, за этим исключением, принципиальной разницы в строении аморфного тела и жидкости нет.

К числу характерных признаков кристаллического тела относится, наконец, его однородность, или гомогенность. Под этим понимают особенность молекулярного строения, состоящую в том, что вокруг каждой точки кристалла строение такое же, как вокруг какой-нибудь произвольно выбранной точки. Эта гомогенность является признаком первостепенной важности, так как благодаря ей для исследования свойств кристалла можно воспользоваться любым его куском или осколком. Так, напр., будем ли мы иметь весь кристалл, изображенный на фиг. 2, или тот или иной его осколок, напр. один из тех, которые на чертеже заштрихованы, мы можем быть уверены, что величина теплопроводности, термического расширения и т. п., найденная для направления a или b , будет во всех этих случаях одна и та же.



Фиг. 2.



Фиг. 3. Включение: черные иголки в кристалле горного хрусталя.

Если же мы констатируем, что какая-нибудь особенность физических свойств приурочена к определенным точкам или участкам кристалла или вообще вещества, то это доказывает, что перед нами тело с аномалией: напр., двойное лучепреломление в сдавленном стекле или в растянном каучуке приурочено лишь к определенным местам, на которых сказывается внешнее насильственное воздействие, вызывающее это двойное лучепреломление, между тем, как в нормально двоякопреломляющем кристалле двойное лучепреломление одинаково проявляется во всех точках и участках кристалла, меняясь закономерно лишь с направлением.

Однородность строения обуславливает и чистоту кристаллического вещества; известно — и было известно еще арабским алхимикам, — что для того, чтобы получить вещество в чистом виде, надо его кристаллизовать и что повторной кристаллизацией можно очистить вещество от примесей. Посторонние включения: капли жидкости, из которой вещество кристаллизовалось, газовые пузырьки, посторонние кристаллики, или кусочки стекла, столь часто встречающиеся в кристаллах, несколько не противоречат понятию об однородности кристаллического тела, так как все эти включения совершенно явно представляются механическими

случайными примесями, посторонними телами, ничем не связанными с молекулярным строением и физическими свойствами кристалла.

Если резюмировать все, что было до сих пор сказано, то можно определить тело в кристаллическом состоянии как твердое гомогенное анизотропное тело, у которого сила сцепления в разных направлениях различна; кристаллом, в частности, мы будем называть кристаллическое тело, когда оно обнаруживает правильное огранение; при отсутствии правильной многогранной формы мы будем говорить не о кристалле, а о кристаллическом теле или кристаллическом зерне.

§ 2. О кристаллизации и росте кристаллов.

Рост кристаллов подчинен тому же закону физической анизотропности, который характеризует и все остальные векториальные физические свойства кристаллов. Поэтому скорость нарастания кристалла в разных направлениях неодинакова и притом, что особенно ценно, это наблюдается у всех кристаллов без исключения, следовательно, и у тех, у которых, как, напр., у кристаллов кубической системы, целый ряд физических свойств обнаруживает изотропность, свойственную телам аморфным.

Процесс образования кристалла из раствора, из расплава, из газообразного состояния или, наконец, путем молекулярной перегруппировки в твердом состоянии, называется кристаллизацией. Иногда кристаллизация сопровождается особыми световыми, тепловыми или электрическими явлениями. Явления кристаллизации представляют одну из наиболее любопытных естественно-научных проблем и могут быть изучаемы с разных точек зрения.

Прежде всего, различные вещества различаются тем, что одни легко кристаллизуются, между тем как другие при тех же условиях или вовсе не дают кристаллов, или получают в виде зачаточных недоразвитых форм, в виде несовершенных агрегатов и т. п. Способность более или менее легко кристаллизоваться, так наз. кристаллизационная способность, чисто индивидуальная особенность вещества, присущая ему независимо от того, в каких геометрических формах оно кристаллизуется и каковы остальные его свойства. Так, напр., металлы обладают очень большой кристаллизационной способностью, а у большинства силикатов ¹⁾ кристаллизационная способность очень незначительна. В первом случае даже и при быстром застывании легко получают хорошо образованные, часто даже более или менее крупные кристаллы; во втором—требуется медленное охлаждение и необходимы разные предосторожности для того, чтобы получить даже мелкие кристаллы. Кристаллизационная способность определяется числом центров кристаллизации, которые получают в единицу времени и в единице объема у разных веществ при застывании их расплава: у одного вещества в большем, у другого в малом количестве.

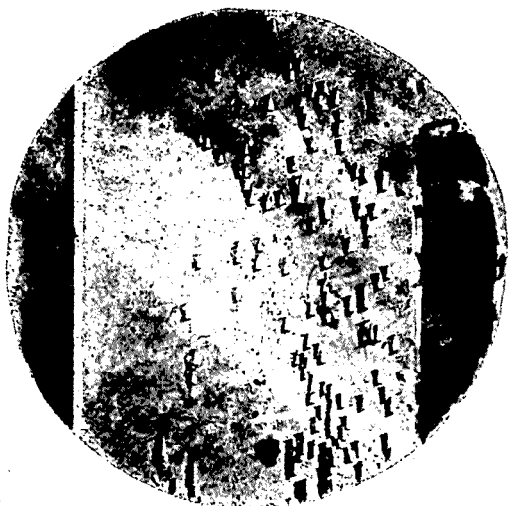
Далее, приходится различать скорость кристаллизации. Эту скорость кристаллизации можно измерять как линейную величину, если измерять, как быстро передается кристаллизация в некотором столбике расплавленного вещества (напр., в пробирке) в зависимости

¹⁾ Минералов—солей кремневой кислоты, широко распространенных в природе (полевые шпаты, слюды и пр.).

от большего или меньшего количества образующихся в единицу времени на единицу поверхности центров кристаллизации.

Наконец, наиболее важной и наиболее интересной с точки зрения кристаллофизики стороной проблемы кристаллизации является изучение скорости нарастания отдельных граней одного и того же кристалла. Различные грани нарастают неодинаково быстро, в кристалле существуют направления более быстрого и направления более медленного нарастания. Распределение направлений одинаковой быстроты нарастания определяет симметрию скоростей роста. Главные направления роста кристалла обнаруживаются различными признаками. Так, напр., при быстрой кристаллизации, когда нарастание идет по разным направлениям неравномерно, когда не успевает всюду отложиться количество частиц, необходимое для того, чтобы образовались гладкие грани, рост совершается преимущественно по направлению главных скоростей нарастания и получаются, так наз., скелетные формы, в которых сформировались, так сказать, оси более быстрого нарастания, а промежутки между ними остались незаполненными кристаллическим веществом.

Многочисленные наблюдения и эксперименты показывают, что нарастание кристалла совершается в разных направлениях с различной скоростью; иными словами, рост кристалла обнаруживает, как и целый ряд других физических свойств, анизотропность. Явления роста особенно ценны для характеристики кристаллического состояния потому, что по отношению к росту анизотропны все кристаллы без исключения, даже и те, которые по отношению к целому



Фиг. 4. Фигуры вытравления.

ряду физических свойств обнаруживают изотропность. В особенно резкой и наглядной форме анизотропность явлений роста обнаруживается: 1) в фигурах вытравления, 2) в процессе растворения подшлифованных кристаллов и 3) в заростании и залечивании кристаллов с поврежденной наружной формой.

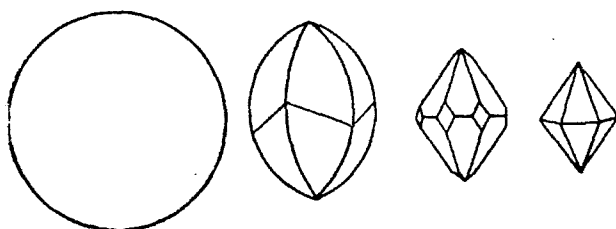
1. Если осторожно подвергнуть грань кристалла действию какого-нибудь растворяющего вещества, нетрудно обнаружить, что растворение не идет равномерно по всей поверхности грани, а совершается в одних точках быстрее, в других медленнее. При этом получают мелкие бугорки и ямочки, ограниченные правильными гранями, ребрами и углами—это, так наз., фигуры вытравления, степень симметрии которых соответствует истинной симметрии данного вещества (фиг. 4).

2. Приготовим из кристалла, напр., из кальцита (углекислая известь, CaCO_3) шарик и поместим его в раствор кислоты. Как впервые показал Лавиццари, при этом растворение не идет равномерно по всей поверхности шарика, он не просто уменьшается в диаметре, а постепенно на нем появляются грани, ребра и углы, получается кристаллическая форма, свойственная кальциту (фиг. 5).

3. Обратнo, приготoвим шарик из кристалла, напр., из квасцов, и поместим его в раствор того-же вещества, в котором он может нарoстать. И здесь мы обнаружим, что нарoстание идет неравномерно по всем направлениям, шарик постепенно превращается в октаэдр—обычную кристаллическую форму квасцов. Можно как угодно, искусственно видoизменить форму кристалла квасцов, придать ему форму шарика, цилиндра, конуса и т. д., всегда, в конце концов, нарoстание приведет к образованию свойственной квасцам октаэдрической формы. На фиг. 6 изображен цилиндр квасцов, который, будучи помещен в концентрированный раствор квасцов, через 12 часов обнаружил образование плоскостей, изображенных на фиг. 6а, а через 8 дней дал грани октаэдра, изображенные на фиг. 6б (опыты Раубера).

Все приведенные примеры наглядно доказывают, что явления роста и растворения подчиняются закону векториальности и что следствием этой векториальности процесса роста является правильная наружная форма кристалла.

Явления кристаллизации учат нас, что наружная форма кристалла определяется не только анизотропностью роста, присущей данному кристаллизующемуся веществу, но зависит также и от внешних условий



Фиг. 5. Растворение шарика кальцита, по Лавицшари.

кристаллизации. Состав раствора или расплава, из которого кристаллизуется данное вещество, температура и давление, при которых совершается кристаллизация, более или менее сильно влияют на формуобразующегося кристалла. От условий кристаллизации зависит большая или меньшая слож-

ность образующегося кристалла, двойниковые явления и т. п.; ими же определяются и явление, так наз., полиморфизма, т. е. способность того или иного соединения являться, в зависимости от условий кристаллизации, в нескольких модификациях с различной степенью симметрии и с различными свойствами.

На форму и в особенности на величину образующихся кристаллов оказывает влияние и скорость, с которой совершается процесс кристаллизации. При прочих равных условиях, чем быстрее совершается кристаллизация, тем мельче и несовершеннее образующиеся кристаллы. Однако, величина кристаллов зависит не только от скорости кристаллообразования, но и от других, б.-м. мало еще изученных причин, среди которых поверхностное натяжение играет, вероятно, важную роль.

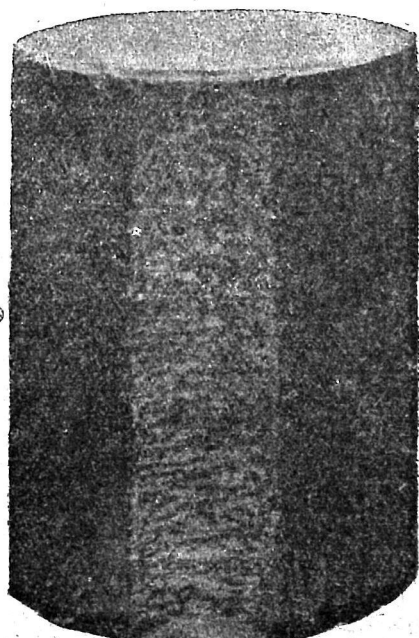
Повидимому, можно считать установленным, что при кристаллизации наблюдается стремление к такому состоянию, при котором на поверхности кристаллов получается минимум свободной энергии. Этим, между прочим, объясняется и любопытный факт пожирания мелких кристаллов более крупными: если в соприкосновении с насыщенным раствором находятся мелкие и более крупные кристаллы данного вещества, то мелкие постепенно растворяются, и за их счет нарoстают более крупные.

Анизотропность роста кристаллов и совокупность внешних условий кристаллизации определяют различие внешнего облика (габитуса) естественных кристаллов-минералов в разных месторождениях. Так, напр.,

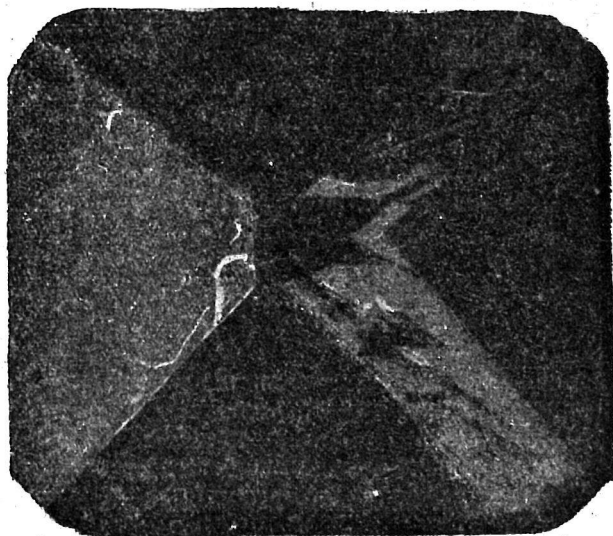
при значительном преобладании роста в направлении одной из осей получаются столбчатые, призматические кристаллы (фиг. 7), а в случае



Фиг. 6. Цилиндр, искусственно приготовленный из квасцов.



Фиг. 6а. Грани, образовавшиеся на этом цилиндре, помещенном в концентрированный раствор, по прошествии 12 час.



Фиг. 6б. Тот же цилиндр по прошествии 8 дней; образовались грани октаэдра.

очень незначительной их толщины (т. е. ничтожной скорости кристаллизации в других направлениях)—волокнистые и игольчатые индивидуы.

Такое явление часто наблюдается у кристаллов с одной осью симметрии высшего наименования, которая и является направлением преимущественного роста. В тех случаях, когда преобладает нарастание в какой-нибудь плоскости, в ущерб направлению к ней перпендикулярному, возникают плоские, доскообразные (фиг. 8), пластинчатые, а при очень незначительной толщине—листоватые и чешуйчатые кристаллы (слюда).

Столбчатой и пластинчатой можно противопоставить изометрическую кристаллизацию, с преобладающим и одинаковым ростом по нескольким направлениям, пересекающимся между собою под одинаковыми углами (фиг. 9а и 9б).

Если по какому-нибудь направлению скорость роста больше,



Фиг. 7. Столбчато-призматический облик кристалла.



Фиг. 8. Плоский кристалл.

чем по другому, то плоскость, перпендикулярная к этому первому направлению, будет нарастать быстрее, чем грань, перпендикулярная ко второму. Так как параллельные направления у кристаллов в физическом



Фиг. 9а и 9б. Изометрические кристаллы.

отношении тождественны, то скорость, с которой нарастает вещество по какой-нибудь линии, остается та же для всех параллельных ей линий; в силу этого нарастание происходит путем отложения в единицу

времени плоского слоя определенной толщины, образуются плоские грани, и направления различной скорости кристаллизации различаются тем, что в единицу времени перпендикулярно к ним отлагается слой большей или меньшей толщины.

Явление, обратное нарастанию, а именно растворение, конечно, тоже подчинено закону векториальности; различие граней проявляется здесь в обратном по сравнению с нарастанием направлении. Экспериментально легче и удобнее изучать скорость растворения различных граней, чем скорость нарастания.

Когда из раствора образуется кристалл, веществу приходится преодолевать силу, которая определяется, так наз., постоянной капиллярности. Эта постоянная капиллярности различна для разных веществ, для разных растворов, для разных направлений у одного и того же кристалла. Форма образующегося кристалла: простая фигура, более или менее сложная комбинация, двойник—является той формой равновесия, которая лучше всего при данных условиях удовлетворяет взаимоотношению постоянных капиллярности и внешних условий.

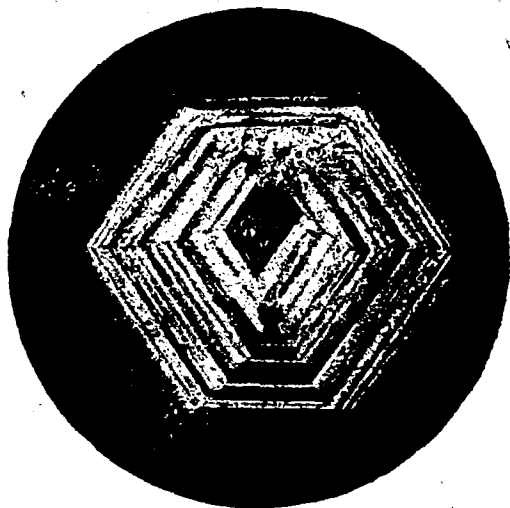
§ 3. О строении кристаллов.

Наряду с анизотропностью кристаллического вещества важнейшей характерной его особенностью следует считать однородность, или гомогенность, строения.

Благодаря этой однородности анизотропность и симметрия физических свойств делают очень совершенным и могущественным орудием в руках кристаллографа.

Следствием гомогенного строения кристалла является то, что, как мы уже говорили, особенности физических свойств и их изменения приурочены не к определенным местам, а к различным направлениям в кристалле; другое следствие заключается в том, что все параллельные направления в кристалле в физическом отношении тождественны.

В качестве кажущегося противоречия понятию об однородности кристаллического вещества мы назвали выше те посторонние включения, которые так часто встречаются как в искусственных, так и в естественных кристаллах. Другим кажущимся противоречием требованию однородности являются кристаллы с так наз. зональным строением, т. е., кристаллы, состоящие из более или менее значительного числа тонких или сравнительно толстых концентрических слоев, различающихся по цвету, по удельному весу, по показателям преломления и другим физическим свойствам (фиг. 10). Здесь как будто физические свойства меняются не только с

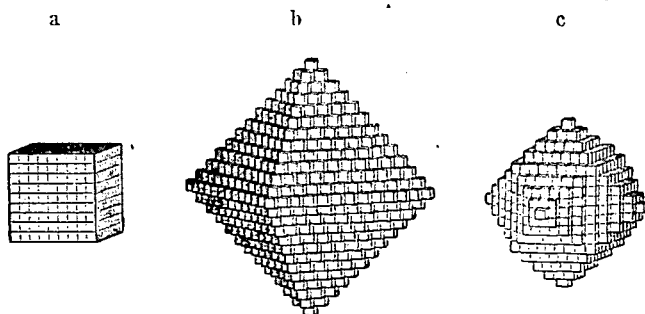


Фиг. 10. Зональное строение.

направлением, но и с определенным местом в кристалле, а именно, на границе двух соседних концентрических слоев или зон. Но и это лишь кажущееся противоречие: такой зональный кристалл, встречающийся как обычное явление в веществах изоморфных, в сущности представляет не простой кристалл, а каждая зона является принадлежащей отдельному недоразвитому кристаллу и в пределах каждой такой зоны требования однородности вполне удовлетворены.

Структура кристаллов представляет одну из интереснейших и, в то же время, труднейших проблем естествознания.

Первую попытку ее теории сделал еще в конце 18-го столетия основатель научной кристаллографии Гаюи (Haüy). По его предположению, кристаллы сложены из мельчайших кристаллических элементарных молекул, сочетающихся послойно наподобие кирпичей в стене. Эти элементарные частицы имеют определенную форму для каждого минерала; разнообразие геометрической формы этого последнего обусловливается лишь характером сочетания этих частиц, соприкасающихся в нем без промежутков. При определении формы элементарного кри-



Фиг. 11. Теория строения кристаллов по Гаюи.

сталлика Гаюи руководствовался спайностью. Так, например, свинцовый блеск (PbS), имеющий кубическую спайность, кристаллизуется в кубах (фиг. 86), октаэдрах (фиг. 91) и ромбических додекаэдрах (фиг. 87) правильной системы. Построение кубических кристаллов из мелких кубиков не представляет затруднения (фиг. 11a). Для объяснения образования октаэдра из мелких кубиков приходится сделать допущение, что на квадратный слой элементарн. кубиков отлагается следующую слой, содержащий на всех четырех углах одним рядом частиц меньше, в третьем ряде опять замечается такое же убывание и так далее; в результате получается октаэдр (фиг. 11b). Точно так же, если вместо того, чтобы убывать по углам куба, последующие слои будут отлагаться так, что с обеих сторон всех ребер будет убывать по одному ряду, то получится ромб. додекаэдр (фиг. 11c). Вследствие бесконечно малых размеров первичных кубиков не будет, конечно, тех шероховатостей, которые так резки на рисунках. Теория Гаюи известна под названием теории убывания (*dégradation*) вследствие того, что существенным ее элементом является представление о закономерном убывании числа частиц в последующих слоях, из которых складается кристалл. Этой теорией вполне объяснялись явления спайности и, что особенно важно, взаимные геометрические отношения всех, часто весьма разнообразных плоскостей, принимающих участие во внешнем ограничении кристаллического вещества. Тем не менее, теория эта вскоре должна была уступить место другим, более совершенным гипотезам, так как два исходных предположения ее были ложны: 1) открытие полиморфизма показало, что нет надобности приписывать каждому минералу только одну определенную форму элементарных молекул; 2) представление о том, что частицы соприкасаются без промежутков,

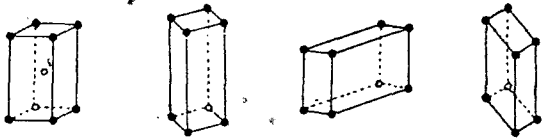
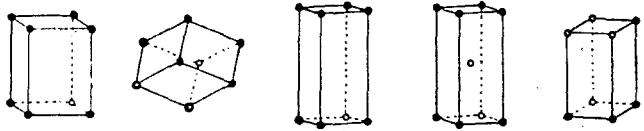
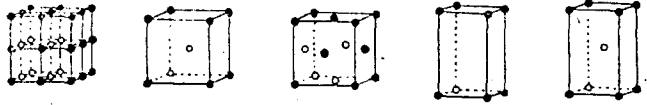
слишком резко противоречило молекулярной теории, чтобы не пасть под первыми же ее ударами. Тем не менее, как первая попытка структурной теории, теория Гаюи и до сих пор сохранила исторический интерес.

Бравэ рассматривал кристаллы как построения из элементарных параллелепипедов, симметрия которых соответствует симметрии всего кристалла, и вывел таким путем возможность 14 типов структур, примеры которых приведены на фиг. 12.

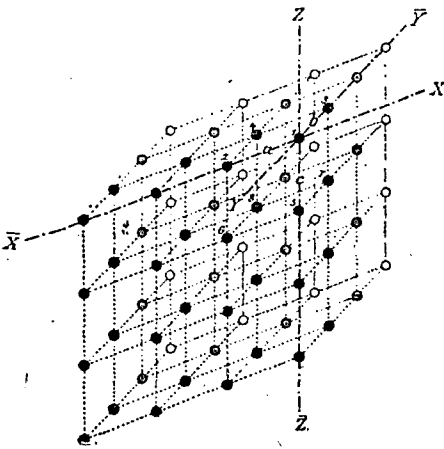
В наиболее общей форме задача о структуре кристаллов была поставлена Зонке, который рассматривал кристалл как некоторую правильную систему точек, образующих пространственную решетку (фиг. 12а), т. е., как совокупность точек, расположенных в пространстве так, что строение его во всех частях одинаковое и его симметрия соответствует симметрии кристалла.

Федоров, Шенфлис и др. разработали и развили эту теорию, в которой рассматривают, независимо от формы элементарной кристаллической частицы, лишь возможные случаи правильного расположения точек, которые являются местами центров тяжести элементарных частиц, из которых сложен кристалл.

В настоящее время наиболее правильным надо считать тот взгляд, по которому кристалл рассматривается как построенный не из элементарных кристаллических частиц данного соединения, а из атомов слагающих кристалл химических элементов. Из комплекса атомов, образующих кристалл, мы можем удалять химическими реакциями или нагреванием те или иные атомы и заменять их атомами других элементов; в зависимости от числа замещаемых атомов и от большей или меньшей близости к ним тех атомов, которые вступают на их место, форма кристалла либо остается неизменной, либо изменяется в незначительных пределах, либо данная кристаллическая структура распадается и заменяется новой. При таком пред-



Фиг. 12. 14 типов пространственных решеток по Бравэ.



Фиг. 12а. Пространственная решетка.

ставлении достаточно удовлетворительно освещаются все те кристаллохимические соотношения, которые известны под названием морфотропии, изоморфизма, полиморфизма и т. д., и получают некоторую прочную основу структурные формулы минералов и других кристаллических соединений.

Довольно неожиданное и, в то же время, блестящее подтверждение теории пространственных решеток получила в последние годы в рентгенографических исследованиях кристаллов. Благодаря трудам в этой области Лауэ, Браггов, Дебая и др. физиков, удалось не только экспериментально проверить теорию, но и доказать совершенно точно, что в узлах пространственных решеток должны находиться именно атомы кристаллов. Удалось, далее, для весьма многих кристаллических веществ определить фактические расстояния между соседними узлами пространственных решеток. Удалось, наконец, распознать и описать кристаллическую структуру таких веществ, которые считались раньше аморфными (угольная сажа, металлический кремний) ¹⁾.

Г Л А В А 2-я.

§ 4. Элементы ограничения кристаллов.

Внешняя форма кристаллов складывается из трех элементов ограничения: граней, ребер (двугранных углов) и многогранных углов. Различают простые формы и комбинации; первые представляют совокупность некоторого числа одинаковых граней, пересекающихся под определенными, характерными для данного вещества углами; вторые являются закономерными сочетаниями нескольких простых фигур на одном кристалле. Таким образом, в простой форме все грани одного типа; в комбинации столько типов граней, сколько простых форм входит в состав комбинации. Ребра и многогранные углы и на простой форме могут быть нескольких родов, как нетрудно убедиться из помещенных ниже описаний и изображений простых форм.

§ 5. Типы граней и фигур.

При всем разнообразии внешней формы кристаллов, простые их формы могут быть сведены к следующим весьма немногим их типам:

1. Фигура, состоящая из нескольких одинаковых треугольников, пересекающихся в одной общей точке (вершине), представляет пирамиду (трехгранную, четырехгранную, шестигранную и т. д.) (фиг. 13).

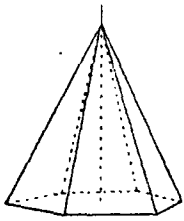
2. Две одинаковые пирамиды, сложенные основаниями, образуют бипирамиду (фиг. 14).

3. Фигура, состоящая из нескольких одинаковых плоскостей, пересекающихся в параллельных ребрах, называется призмой (трехгранная, четырехгранная и т. д.) (фиг. 15).

4. Четыре одинаковых треугольника, пересекающихся в ребрах и замыкающих со всех сторон пространство, образуют сфероэдр, или,

¹⁾ См. Приложения, 3. Стр. 134.

иначе, бисфеноид (в частном случае равносторонних треугольников — тетраэдр) (фиг. 16).



Фиг. 13. Пирамида.

5. Замкнутая фигура, состоящая из некоторого числа (больше 4) одинаковых треугольников, называется полискаленоэдром (фиг. 17).

6. Замкнутая фигура, состоящая из некоторого числа одинаковых многоугольников, называется полигоноэдром (фиг. 18).

7. Фигура, состоящая из двух граней, пересекающихся в ребре — сфеноид, или полупризма (фиг. 19).

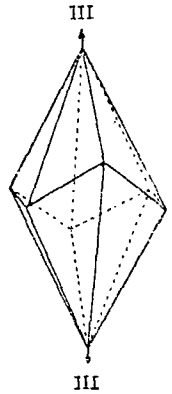
8. Пара параллельных одинаковых плоскостей составляет пинакоид (фиг. 20).

9. Фигура, состоящая всего только из одной грани, называется педионом, или полупинакоидом (одна из граней, изображенных на фиг. 20, взятая в отдельности).

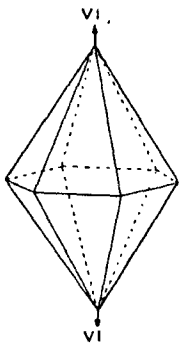
Фигуры, приведенные под №№ 2, 4, 5 и 6, носят название замкнутых, или закрытых фигур, так как они со всех сторон замыкают некоторую часть пространства; кристалл нередко состоит из одной только фигуры этого типа. Остальные фигуры называются открытыми, на том основании, что они не со всех сторон замыкают пространство. Эти фигуры не могут сами по себе составлять кристалл, а встречаются лишь в комбинациях между собою или с фигурами первой категории, так, чтобы получилась комбинация закрытая.

Вообще говоря, для образования замкнутой фигуры требуется большее число одинаковых граней, чем для фигуры открытой (кроме разве сфеноэдра). Поэтому закрытые фигуры более многочисленны в кристаллах более высокой степени симметрии, а по мере того, как мы дальше подвигаемся в сторону менее симметричных кристаллов, возрастает число открытых фигур.

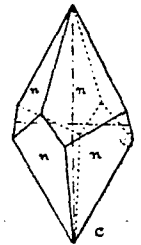
Форма граней, типы ребер и углов представляют большое разнообразие, как можно убедиться при просмотре описаний, приведенных ниже, в описательной части.



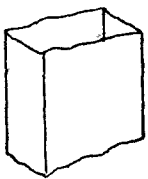
Фиг. 17. Полискаленоэдр.



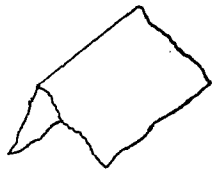
Фиг. 14. Бипирамида.



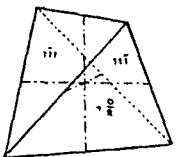
Фиг. 18. Полигоноэдр.



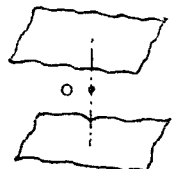
Фиг. 15. Призма.



Фиг. 19. Сфеноид.



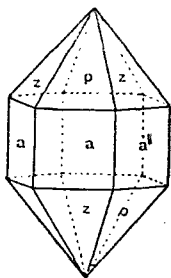
Фиг. 16. Тетраэдр.



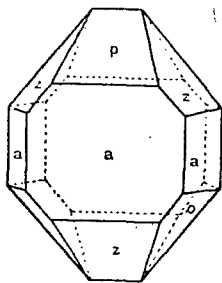
Фиг. 20. Пинакоид.

§ 6. Закон постоянства граничных углов.

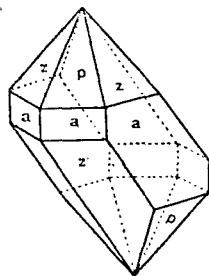
До тех пор, пока форма кристаллов казалась чем-то случайным, невозможно было научное изучение кристаллических многогранников. Основание научной кристаллографии должно быть отнесено к тому времени, когда в элементах ограничения кристаллов и в их относительном положении на кристалле найдено было то постоянное, неизменное, что известно под названием закона постоянства граничных углов. В 1669 г. Николай Стенон, имевший, правда, в этом вопросе и предшественников, установил, что наклон, под которым встречаются грани кристалла в ребре, т. е., величина образуемых попарно гранями двугранных углов, характерна и неизменна для каждого вещества. Так, напр., если грани, образующие куб каменной соли, пересекаются под углами в 90° или грани ромбоэдра кальцита образуют углы в $105^\circ 5'$, то эти углы всегда, на всех кристаллах этих веществ сохраняют одну и ту же величину. Размеры кристаллов и способ их получения при этом не играют никакой роли, так что углы у микроскопически малых кристалликов и у самых крупных кристаллов одни и те же. При росте кристаллов происходит отложение веществ на гранях параллельными слоями, т. е., грань параллельно самой себе передвигается от центра кристалла наружу; изменяется, следовательно, только расстояние грани от центра, но не меняется наклон ее к соседним граням, двугранные углы остаются неизменными. Даже и в тех случаях, когда рост кристалла идет неправильно и некоторые грани опережают другие в росте, давая начало уродливо образованным, ненормальным кристаллам, величина двугранных углов при этом остается неизменной, как показывает прилагаемый чертеж (фиг. 21 и 22).



Фиг. 21.



а



б

Кристаллы кварца.

Фиг. 21. Нормально образованный кристалл.

Фиг. 22а и б. Уродливые кристаллы; величина двугранных углов совершенно та же, как и в нормальном индивиде фиг. 21.

Таким образом, из всех элементов ограничения кристаллов наиболее важным являются двугранные углы, представляющие для каждого вещества характерную величину. Все вычисления геометрической кристаллографии основываются на измерении двугранных углов; измерение граничных углов кристаллов является основной операцией, с которой начинается изучение кристалла. Таким образом, закон постоянства граничных углов на самом деле является и основным законом геометрической кристаллографии, и исходной точкой для раскрытия и установления геометрических правильностей кристаллов.

В закон постоянства граничных углов, как он формулирован выше, нужно внести две небольшие поправки, которые несколько не умаляют значение этого закона, а только определяют точнее его границы. Кристалл—тело анизотропное; в частности, следовательно, и термическая деформация кристалла при изменениях температуры может быть неодинакова у кристалла в разных направлениях; в силу этого у многих кристаллов некоторые углы более или менее заметно изменяются при изменениях температуры и, следовательно, закон постоянства граничных углов следует понимать в том смысле, что при определенной температуре величина двугранных углов для данного вещества постоянна. Кроме того мы знаем, что так называемые изоморфные примеси также влияют на величину двугранных углов; но и это не может быть рассматриваемо как противоречие закону Стенона, так как он относится к чистому однородному кристаллу, а здесь ясно сказывается влияние примесей и притом влияние не случайное, а закономерное.

Г Л А В А 3-я.

§ 7. Кристаллические оси, параметры, индексы.

Для обозначения взаимного наклона граней кристаллография пользуется методом координатных осей, заимствованным у аналитической геометрии и приспособленным к практическим требованиям кристаллографии.

Казалось бы, что проще всего для всех кристаллов принять за кристаллические оси прямоугольные координаты, т. е. три взаимно перпендикулярные оси. На самом деле такая простота является по отношению к кристаллическим многогранникам лишь кажущейся, ведущей на практике к нежелательным осложнениям. Гораздо более целесообразным оказывается применение нескольких различных типов координатных осей, приспособленных так к внешней форме кристалла, чтобы все грани любой простой формы его получали в этих координатах одинаковое численное выражение.

От математических координатных осей кристаллические оси отличаются тем, что они конечны: это те отрезки координатных осей, которые получаются при пересечении с осями граней какой-нибудь простой формы кристалла, принимаемой нами за основную. В силу этого можно говорить и о длине кристаллических осей, понимая под этим не абсолютную длину, выраженную в какой-нибудь линейной единице—что не имело бы никакого значения, так как известно, что при изучении геометрических правильностей кристаллов абсолютные размеры не играют никакой роли—а относительную длину, т. е., отношение длины трех осей. Различные типы кристаллических осей и различаются, таким образом, между собою и относительною длиною своею, и углами, под которыми пересекаются оси.

Для обозначения всех вообще граней кристалла при помощи кристаллических осей пользуются отрезками осей от начала координат до пересечения с данной плоскостью. Отрезки эти называются параметрами. Если для какой-нибудь грани даны величины параметров по трем осям, то положение данной грани в пространстве и относительно других граней вполне определено. В интересах простоты кристаллические оси и выбирают так, чтобы все грани каждой простой фигуры получили одинаковые параметры.

Достигается это тем, что за оси принимают направления каких-нибудь ребер важных в кристаллографическом отношении, действительно существующих на кристалле или возможных на нем. Длина кристаллических осей и параметры основной формы, очевидно, одно и то же.

Тип кристаллических осей, как сказано выше, определяется длиной их и углами между ними (фиг. 23). Для всех кристаллов принято, применительно к вышеуказанным требованиям, шесть типов осей, соответствующих шести типам симметрии, так наз., системам кристаллов. Эти шесть типов кристалл. осей суть следующие (фиг. 24):

1. Тип кубических осей: три взаимно перпендикулярные и равные по длине оси.

2. Тип квадратных или иначе, тетрагональных осей: три взаимно перпендикулярные оси, из коих две равны между собою, а третья больше или меньше.

3. Тип гексагональных осей: три равные оси, пересекающиеся под углами в 60° , и четвертая ось, большая или меньшая и перпендикулярная к ним.

4. Тип ромбических осей: три неравные взаимно перпендикулярные оси.

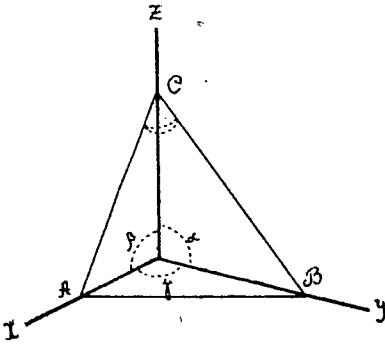
5. Тип моноклинических осей: три неравные оси, из коих две пересекаются под косым углом, а третья перпендикулярна к ним.

6. Тип триклинических осей: три неравные оси, пересекающиеся под косыми углами.

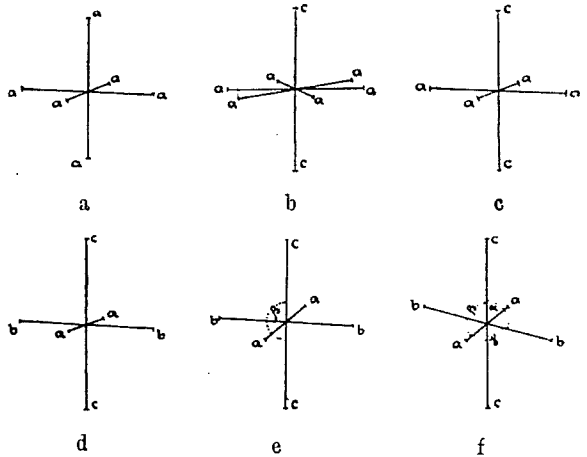
Оси перпендикулярные к плоскости, в которой лежат одинаковые оси, носят название главных осей. Направления, соответствующие главным

осям, имеют важное значение для физических свойств кристаллов: это оси изотропности. Главными являются все три оси в первом типе и неравная с другими единственная ось у второго и третьего типа; в трех остальных типах нет главных осей, а следовательно в кристаллах, к которым они применяются, нет осей изотропности.

Чтобы иметь возможность различать отдельные грани простой формы, имеющие, как указано выше, одинаковые параметры, прибегают к помощи условного обозначения полуосей положительными и

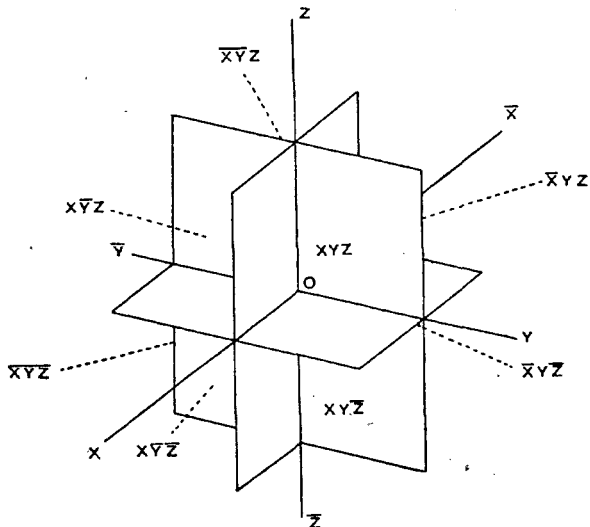


Фиг. 23. Кристаллические оси.



Фиг. 24. Типы кристаллических осей: а—кубических, б—гексагональных, с—тетрагональных, д—ромбических, е—моноклинических, ф—триклинических.

отрицательными. Кристалл ставят так, чтобы одна ось была направлена к наблюдателю—это ось X , другая параллельно наблюдателю—ось Y , третья вертикально—ось Z . В точке пересечения, т. е. у начала координат, оси делятся на полуоси, которые условно считаются: 1) передняя полуось X , правая полуось Y и верхняя полуось Z положительными, а 2) задняя полуось X , левая полуось Y и нижняя полуось Z отрицательными. Три осями или, вернее, тремя плоскостями осей, проходящими каждая через пару осей, пространство делится на восемь участков, называемых октантами. При помощи положительных и отрицательных полуосей легко обозначить, в каком октанте находится данная грань. Так, если мы назовем параметр грани по оси X буквою a , по оси Y —буквою b , а по оси Z —буквою c , символ abc будет означать, что грань лежит в правом переднем верхнем октанте, символ $\bar{a}\bar{b}c$ —что она лежит в заднем левом верхнем октанте и т. д. (фиг. 25).



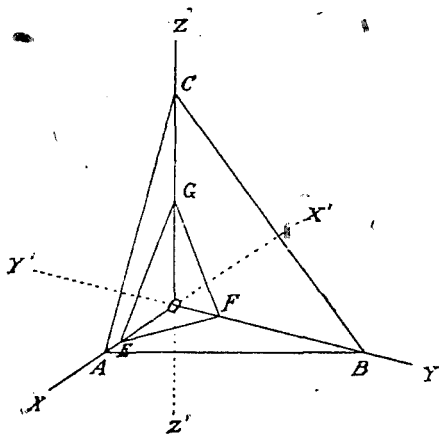
Фиг. 25. Кристаллические оси, X , Y , Z и проходящие через них координатные плоскости, делящие пространство на 8 октантов, различаемых при помощи положительных и отрицательных полуосей.

Фиг. 25. Кристаллические оси, X , Y , Z и проходящие через них координатные плоскости, делящие пространство на 8 октантов, различаемых при помощи положительных и отрицательных полуосей.

В гексагональном типе кристаллических осей, в отличие от всех остальных типов, мы имеем не три, а четыре оси. Соответственно с этим, плоскости, через них проходящие, делят пространство, не на 8 октантов, а на 12 додекантов, и каждая грань обозначается символом не из трех, а из четырех параметров. Положительные концы трех равных между собою осей следуют один за другим не через 60° , а через 120° .

Для обозначения граней кристалла пользуются обыкновенно не только параметрами, но и отношением этих параметров к параметрам основной фигуры или к кристаллическим осям.

Возьмем грань ABC (фиг. 26), пересекающую все три оси и отсекающую на них отрезки $OA=a$, $OB=b$, $OC=c$. Отношение $a:b:c$ вполне определяет положение грани в пространстве. Другая грань EGF отсекает отрезки $OE=e$, $OF=f$, $OG=g$ и определяется отношением $e:f:g$. Эти параметры грани



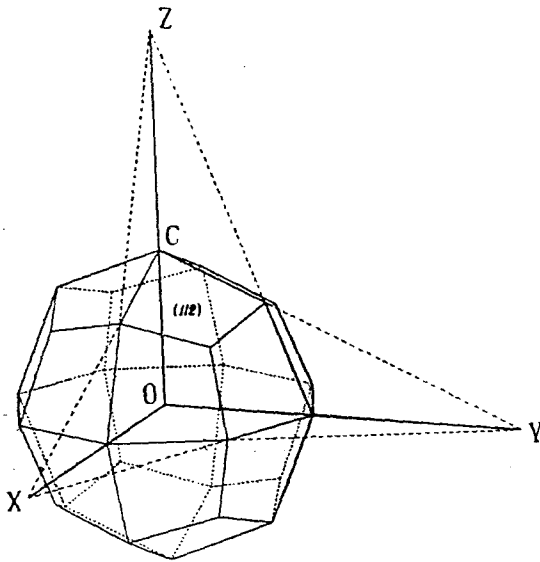
Фиг. 26. Параметры.

EFG можно выразить в параметрах грани ABC , приняв последнюю за основную:

$$\begin{aligned} e &= pa \\ f &= qb \\ g &= rc \end{aligned}$$

Тогда грань EFG получит обозначение $pa:qb:rc$, какая-нибудь другая грань KLM обозначение $p'a:q'b:r'c$ и т. д.; если грань параллельна какой-нибудь оси, коэффициент при соответствующей оси будет ∞ ; напр., грань, параллельная оси x , будет $\infty a:qb:rc$, грань, параллельная осям x и y , будет иметь параметры $\infty a:\infty b:rc$ и т. д.

При рассматривании моделей кристаллов нетрудно убедиться, что есть такие грани, которые непосредственно пересекают кристаллические оси и в таком случае относительная длина параметров сразу ясна. В том случае, когда грань не пересекает непосредственно ту или иную из осей, длина параметра по данной оси будет найдена, если мы на



Фиг. 27. Продолжение грани (112) до осей X и Y показаны пунктирными линиями CV и CX. Ось Z эта грань пересекает непосредственно в точке C.

чертеже или мысленно в воздухе продолжим данную ось и грань до взаимного пересечения (за пределами кристалла), как это показано на фиг. 27. Само собою разумеется, что это пересечение не произойдет, если грань параллельна данной оси, и тогда, следовательно, параметр считается бесконечным.

Из закона постоянства граничных углов и вышеприведенных указаний мы знаем, что для кристалла и его граней имеет значение не абсолютная длина параметров, а лишь отношение между ними. Поэтому отношение параметров производной фигуры $pa:qb:rc$ можно упростить, приняв параметры по одной из осей за единицу, напр., параметр

по оси Y; тогда мы получим $\frac{p}{a} a:b:\frac{r}{c} c$ или, приняв $\frac{p}{a} = m$, а $\frac{r}{c} = n$, получим $ma:b:nc$.

Приведенное выражение называется символом грани по способу обозначения Вейса.

Науман упростил символы Вейса и придал им форму, удобную в мнемотехническом отношении. У Наумана фигура кубической системы обозначается буквою O , а для всех остальных систем P ; слева от этой буквы пишется из символа Вейса $ma:b:nc$ коэффициент при c ¹⁾, а справа

¹⁾ В кубической системе слева пишется больший из трех коэффициентов.

больший из коэффициентов по a или b ¹⁾, так что символ $ma : b : nc$ превращается в nPt , символ $\infty a : b : nc$ переходит в $n P \infty$ и т. д.

Коэффициенты, равные единице, не пишутся, так что грань $a : b : c$ обозначается просто через P .

Различные плоскости, встречающиеся на кристаллах, с точки зрения параметров распадаются на три типа:

1) Плоскости, пересекающие все три оси, т. е. имеющие три конечных параметра, называются пирамидалными плоскостями.

2) Плоскости, параллельные одной из осей, т. е. имеющие один бесконечный параметр, называют призматическими. При этом название призматической грани в тесном смысле слова сохраняется за гранями, параллельными вертикальной оси Z , грани же, параллельные оси X или Y , называют доматическими.

3) Плоскости, параллельные одновременно двум осям, т. е. имеющие два бесконечных параметра, носят название пинакоидальных.

Символы Миллера, наиболее целесообразные для вычислений и постепенно вытесняющие все остальные, выражают отношение параметров основной фигуры к параметрам данной производной грани.

Возьмем две грани $a : b : c$ и $a' : b' : c'$ и примем $\frac{a}{a'} = h, \frac{b}{b'} = k, \frac{c}{c'} = l$.

Эти три величины h, k, l называются индексами грани $a' : b' : c'$. Они пишутся рядом без запятых и заключаются в скобки; (hkl) и есть символ грани $a' : b' : c'$ по способу индексов Миллера. Очевидно, в то же время, что символ основной грани $a : b : c$ по Миллеру будет (111) . Грани различных октантов легко различаются знаками, которые ставятся над индексом и указывают, что он относится к отрицательной полуоси; так, напр., $(\bar{h} \bar{k} l)$ означает грань на левом заднем верхнем октанте.

Когда желают дать символ всей фигуры, индексы заключают в фигурные скобки—напр. $\{hkl\}$; когда дают символ определенной грани данной фигуры, индексы заключают в простые скобки и знаками над индексами указывают, к каким полуосям они относятся, напр., $(hkl), (\bar{h} \bar{k} l)$ и т. д.

Переход от одной системы обозначения к другой очень прост.

Возьмем основную грань с параметрами

$$a : b : c,$$

и производную грань с параметрами

$$a' : b' : c' = na : b : mc.$$

По Науману это будет mPn .

По Миллеру: $\left(\frac{1}{n} : 1 : \frac{1}{m}\right) = (hkl)$.

Параметры, т. е. отрезки, отсекаемые на осях гранями кристалла, само собою разумеется, изменяются при нагревании или охлаждении кристалла; индексы же от температуры не зависят, как легко убедиться из следующего рассуждения: пусть параметр основной грани a , а некоторой производной a' , коэффициент линейного расширения по данной оси α ; мы знаем, что $h = \frac{a}{a'}$, а при температуре t° : $a_1 = a(1 + \alpha t)$, $a'_1 = a(1 + \alpha t)$;

$$\text{след. } h = \frac{a(1 + \alpha t)}{a'(1 + \alpha t)} = \frac{a}{a'}.$$

¹⁾ В данном случае коэффициент при b был меньше и потому именно он принят за единицу.

Примеры и задачи.

1) Символ $3P2$ выразить в индексах Миллера.
Переведем Наумановский символ на обозначения Вейса:

$$2a : b : 3c.$$

Индексы выражают отношение параметров основной фигуры к параметрам данной производной. След., для получения индексов надо параметры основной фигуры $a:b:c$ разделить на параметры данной производной $2a:b:3c$; таким образом получим

$$\frac{1}{2} : 1 : \frac{1}{3}.$$

Приведем к одному знаменателю

$$\frac{3}{6} : \frac{6}{6} : \frac{2}{6}$$

и отбросим знаменатель, т. е., помножим все на 6¹⁾, чтобы получить целые числа; получим (362).

2) Перевести символ (322) на Наумановское обозначение.

Коэффициенты у Наумана и Вейса находятся в обратном отношении с индексами; таким образом:

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{2}.$$

Приведем к одному знаменателю и, отбросив знаменатель, т. е., помножив все на 6, получим

$$2:3:3, \text{ т. е., по Вейсу } 2a : 3b : 3c.$$

Мы можем упростить это выражение, приняв коэффициент при одном из параметров, напр. при a , за единицу; тогда получим:

$$a : \frac{3}{2}b : \frac{3}{2}c.$$

По Науману это будет $\frac{3}{2}P\frac{3}{2}$.

Задачи для упражнения.

1) Символ $\frac{1}{2}P$ выразить индексами Миллера,

"	$3P\infty$	"	"	"
"	$3P3$	"	"	"
"	$\infty P\infty$	"	"	"
"	$\infty P2$	"	"	"
"	mPn	"	"	"

¹⁾ Отношение параметров можно множить и делить на какую угодно величину, т. к. важно именно отношение длины параметров, а не абсолютная их величина.

2) Символ	(112)	выразить	символами	Вейса	и	Наумана,
"	(301)	"	"	"	"	"
"	(111)	"	"	"	"	"
"	(131)	"	"	"	"	"
"	(100)	"	"	"	"	"
"	(120)	"	"	"	"	"
"	(304)	"	"	"	"	"
"	(hkl)	"	"	"	"	"
"	(hol)	"	"	"	"	"
"	(okl)	"	"	"	"	"

3) Правильно расположить кристаллические оси в данном кристалле и написать символы всех его граней в параметрах и индексах.

§ 8. Закон рациональности параметров (или индексов).

Основным законом геометрической кристаллографии, которому подчиняются все кристаллы, как симметричные, так и асимметричные, является закон рациональности отношения параметров (или закон рациональности индексов). Закон этот открыт был и правильно был формулирован аббатом Гаюи в конце 18-го столетия. Хотя Гаюи исходил из оставленного теперь неверного представления о строении кристаллов, он однако пришел к верному выводу, что на одном кристалле могут встречаться лишь такие фигуры, параметры которых относятся к параметрам плоскости, принятой за основную, как рациональные числа. Иначе сказать, если мы примем за координатные (кристаллические) оси какие-нибудь ребра кристалла, то параметры каждой грани будут относиться к соответственным параметрам основной грани, как рациональные числа. На каждом сложном кристалле мы принимаем какую-нибудь фигуру за основную, за единицу для сравнения; из параметров граней этой фигуры выводятся параметры граней остальных фигур, называемых производными, путем помножения их на некоторые коэффициенты; эти последние всегда являются числами рациональными.

Так, напр., у минерала барита есть форма с отношением параметров $a:b:c=0.81520:1:1.31359$, которую мы принимаем за основную, и есть производная форма с отношением параметров $a':b':c'=1.63040:1:3.94077$. Здесь

$$a':a=1.63040:0.81520=2$$

$$c':c=3.94077:1.31359=3,$$

следовательно, параметры производной фигуры $2a:b:3c$.

Другой пример—минерал топаз:

основная фигура имеет отношение параметров $a:c=0.52854:0.95396$
 производная $a':c'=1.05715:0.47689$,

т. е. $a':a=2$, $c':c=1/2$,

и, следовательно, параметры производной фигуры $a':b':c'=2a:b:1/2 c$.

Если мы имеем на кристалле грани с параметрами

$$a:b:c$$

$$a':b':c'$$

$$a'':b'':c''$$

и т. д.,

то отношение параметров a' , a'' и всех других по оси X к параметру a должно быть рациональным, так же, как отношение параметров b' и b'' (по оси Y) к b и параметров c' и c'' (по оси Z) к c .

Когда мы от параметров переходим к символизации при помощи индексов, закон рациональности получает еще более простое и наглядное выражение: индексы—целые простые числа (включая сюда и нуль): $\{111\}$ (основная форма), $\{110\}$, $\{320\}$, $\{432\}$ и т. д. (производные формы).

Закон рациональности, как будет показано ниже, находит себе выражение также в зональной связи граней. Вообще, это наиболее важный, основной закон геометрической кристаллографии, регулирующий образование комбинаций: комбинируются между собою не всякие фигуры, но лишь те, индексы которых удовлетворяют закону рациональности. Совокупность фигур, которые могут между собою комбинироваться, иначе сказать, могут быть отнесены к одной основной фигуре, составляет кристаллический ряд. Каждое кристаллическое вещество образует свой самостоятельный кристаллический ряд, и лишь все кристаллы кубической системы составляют один общий ряд, так как основной фигурой для всех кристаллов кубической системы является октаэдр с параметрами $a:a:a$.

Закон рациональности общее закона симметрии, так как ему подчиняются и кристаллы, совершенно асимметрические по наружной своей геометрической форме.

Г Л А В А 4-я.

§ 9. Три категории кристаллов: простые формы, комбинации и двойники.

Все кристаллы могут быть разбиты на три группы: простые формы, комбинации и двойники. Вообще говоря, каждое кристаллизующееся вещество может принять форму либо простого кристалла, либо комбинации, либо двойникового образования, в зависимости от условий кристаллизации, от кристаллизационной энергии и от некоторых других факторов. Каждая из этих трех категорий кристаллических фигур является особым видом кристаллического равновесия, которое в каждом отдельном случае наиболее соответствует условиям кристаллизации и существования кристаллического тела. Так как внешние условия существования кристалла в некоторых случаях более или менее резко меняются после его образования по сравнению с теми, которые имели место при его возникновении, то кристаллы нередко под влиянием такого изменения меняют и свой кристаллический облик, переходя, напр., из простого кристалла в двойник или наоборот.

Если, вообще говоря, за всяким кристаллическим телом следует признать способность являться в каждой из трех названных категорий кристаллических образований, то на самом деле наблюдается в этом отношении некоторое ограничение, сказывающееся в том, что одни вещества при обычных условиях лабораторной кристаллизации являются всегда в той или иной из названных категорий, а в природе одни и те же минералы в одних месторождениях являются в форме простых кристаллов, в других в форме комбинаций или двойников и т. п.

Простыми формами называют такие кристаллы, которые ограничены одним типом граней; это, следовательно, совокупность определенного числа одинаковых граней, одновременное появление которых

при кристаллизации вещества обуславливается его степенью симметрии (фиг. 28). Сколько одинаковых векторов нарастания в данном веществе, столько является и одинаковых граней, при чем если векторы являются двухсторонними, т. е., равнозначными в обоих противоположных направлениях, то на кристалле все грани группируются в пары параллельных плоскостей.

Комбинации, или сложные формы, представляют более сложный случай приспособления кристаллизующегося вещества к требованиям питательной окружающей среды. Если кроме граней одной простой фигуры на кристаллизующемся веществе появляются одновременно и грани другой или нескольких других, то получается тот тип кристалла, который называют комбинацией. Подобно тому, как и на простом кристалле, при нормальных условиях роста должны появляться все грани данной фигуры, требуемые симметрией кристалла, и на комбинациях появляются не отдельные грани нескольких простых фигур, а вся совокупность граней каждой простой фигуры, требуемая симметрией кристалла. Правда, и в простых кристаллах, и в комбинациях наблюдается иногда недоразвитие или полное отсутствие некоторых из граней; но это является лишь следствием неблагоприятных условий кристаллизации, ненормальностью развития, которую называют несовершенством или уродливостью. Так, напр., часто недоразвивается или совершенно не развивается тот конец кристалла, которым он прикреплен к своему основанию: на сидячих кристаллах один конец всегда недоразвит.

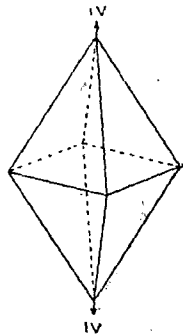
Мы уже знаем, что ограничение кристалла является лишь следствием определенной симметрии его внутреннего строения. Излишне, поэтому, пояснять, что на кристалле могут появляться лишь такие грани, которые принадлежат к одному классу симметрии, т. е., отвечают одной и той же внутренней симметрии кристаллического тела.

Само собою разумеется также, что кристаллические оси у всех простых фигур, входящих в состав данной комбинации, совпадают. Распознать комбинацию очень легко, так как для этого достаточно констатировать, что на кристалле присутствуют различные грани; и сколько различных граней, столько в комбинации различных простых фигур (фиг. 29).

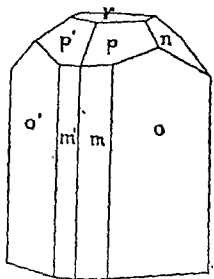
В комбинации отличают форму преобладающую, плоскости которой развиты сильнее плоскостей других комбинирующих с нею форм; последние формы называются подчиненными. Плоскости подчиненных форм, появляясь на преобладающей форме, изменяют ее элементы трояким образом.

Эти троякого рода изменения выражаются, во 1-х, притуплении и смир ребра или угла преобладающей формы, во 2-х, приострении ребра или угла этой формы и, в 3-х, заострении угла той же формы.

Притупление ребра состоит в том, что на ребре преобладающей формы является одна плоскость подчиненной формы, образуя с 2-мя плоскостями, сходящимися в ребре преобладающей формы, новые два ребра, параллельные друг другу (грани $\infty 0$ на фиг. 30). Если при-

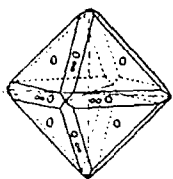


Фиг. 28 Пример простой формы.

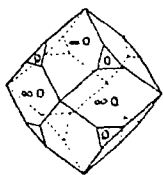


Фиг. 29, Пример комбинации.

тупляющая плоскость образует с 2-мя плоскостями притупляемого ребра равные плоскостные углы, то это будет прямое притупление ребра; если плоскостные углы будут неравные, то мы имеем косое притупление.



Фиг. 30.
Притупление
ребра.

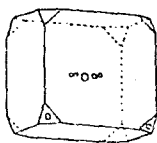


Фиг. 31.
Притупление
угла.

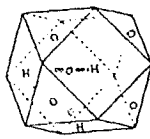
Притупление многогранного угла состоит в том, что вместо вершины его появляется одна плоскость (грани O на фиг. 31).

Приострение ребра состоит в том, что вместо ребра преобладающей формы являются две плоскости подчиненной формы, пересекающиеся между

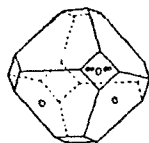
собой тоже в ребре, при чем это последнее ребро и два ребра, которые образуют две плоскости подчиненной формы с двумя плоскостями преобладающей формы, параллельны между собою. Иначе сказать, приострение ребра состоит в том, что вместо двугранного угла преобладающей формы является двугранный же угол подчиненной формы, но угол более тупой, чем у преобладающей формы.



а.



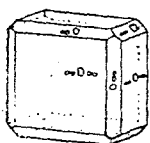
б.



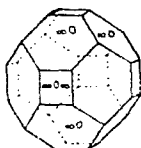
с.

Фиг. 32.

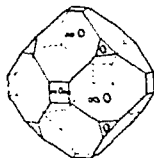
Приострение многогранного угла состоит в том, что вместо вершины многогранного угла преобладающей формы являются



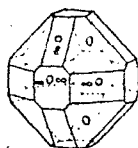
а.



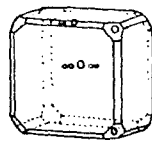
б.



а.



б.



с.

Фиг. 33.

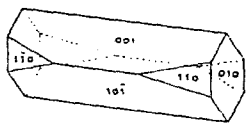
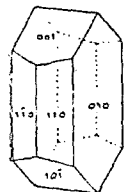
Фиг. 34.

две плоскости подчиненной формы. Так как две плоскости подчиненной формы пересекаются друг с другом в ребре, то при приострении многогранного угла преобладающей формы, вместо вершины этого угла, появится ребро подчиненной формы.

Заострение многогранного угла преобладающей формы состоит в том, что вместо многогранного угла этой формы является более тупой многогранный же угол подчиненной формы того же или большего числа плоскостей, чем у преобладающей формы.

При заострении угла преобладающей формы, плоскости подчиненной формы могут быть насажены или на плоскости, или на ребра преобладающей фигуры.

Внешний облик кристалла, образованного комбинацией двух или большего числа простых фигур, сильно варьирует в зависимости от преобладания той или иной из этих фигур. Так, напр., на фиг. 32 изо-

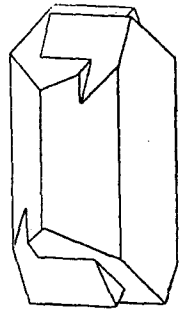


Фиг. 35.

бражены три кристалла, представляющих комбинацию одних и тех же фигур: куба и октаэдра; на фиг. *a* господствует куб {100}, на фиг. *c*—октаэдр {111}, а на фиг. *a*—куб и октаэдр имеют одинаковое развитие. Фиг. 33 представляет два кристалла, образованные комбинацией куба и гранатоэдра {110}, на фиг. 34 три различных облика одной и той же комбинации: куб, октаэдр и гранатоэдр, а на фиг. 35 пример различного облика („habitus“) кристаллов минерала альбита, образованных одними и теми же гранями.

Двойники.

Третьей формой равновесия, наряду с простыми формами и комбинациями, являются двойники. Под общим названием „двойники“, „двойниковые образования“ объединяют различные по морфологическим особенностям и по генезису комплексные кристаллические образования, для которых является общим признаком лишь то обстоятельство, что их можно рассматривать как закономерное сочетание двух или нескольких одинаковых простых фигур или комбинаций (фиг. 36—38). Надо думать, что всякое кристаллическое вещество способно давать двойниковые образования при подходящих условиях кристаллизации и внешних условиях существования уже образовавшегося кристалла. Причиной, заставляющей кристаллическое тело принять форму двойникового образования, могут быть либо условия кристаллизации, либо молекулярная перегруппировка, под влиянием охлаждения образовавшегося при высокой температуре кристалла или под влиянием давления. К образованию двойниковых комплексов прибегают также и некоторые вещества, которые обладают при высоких температурах способностью давать однородные твердые смеси, так называемые, твердые растворы, которые при понижении температуры расщепляются вновь на составные свои части.



Фиг. 36.
Пример двойника.

С точки зрения генезиса двойников можно, поэтому, подразделить их на:

1. Первичные.
 - 1) Кристаллизационные двойники.
 - 2) Двойники расщепления.
2. Вторичные.
 - 3) Параморфические двойники.
 - 4) Механические двойники.

Кристаллизационные двойники, это такие, которые образуются при самой кристаллизации вещества, напр., двойники магнитного железняка (Fe^3O_4), двойники оловянного камня (SnO_2), двойники кальцита ($CaCO_3$) по базопинакноиду и т. п.

Двойники расщепления получаются, когда образовавшийся при высокой температуре твердый раствор расщепляется при охлаждении.

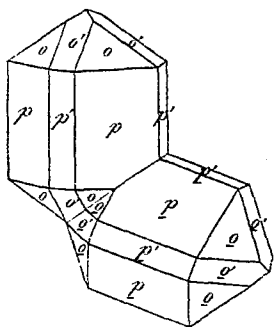
Параморфические двойники наблюдаются у тел полиморфных, которые, как, напр., лейцит или борцит, образуют при высокой температуре простые кристаллы одной модификации, которые при понижении температуры переходят в двойниковые образования другой, более устойчивой при новой температуре, модификации.

Механические двойники получаются из простых кристаллов при помощи одностороннего давления, напр., искусственные двойники кальцита.

Двойниковые образования представляют, как уже указано, одно из состояний равновесия кристаллического вещества; с этой точки зрения изучение двойников входит в состав физической проблемы кристаллизации. В этом отношении открывается обширное поле для исследований экспериментальным путем в лаборатории или путем наблюдения условий появления двойников у минералов в связи с парагенезисом и другими особенностями месторождений.

С чисто геометрической стороны двойники изучены полнее. В наиболее простом и обычном случае двойникового образования различают двойниковую ось и перпендикулярную к ней двойниковую плоскость.

Для вывода такого двойника из простого кристалла можно применить следующий искусственный прием. Возьмем простой кристалл, разрежем его пополам плоскостью, которая не является плоскостью симметрии, напр., октаэдр параллельно плоскости октаэдра, затем повернем одну половину в этой плоскости на 180° . Если теперь в этом положении обе половины разрезанного кристалла срастутся, получится двойник октаэдра по плоскости октаэдра. Плоскость, в которой производится вращение, называется двойниковой плоскостью, перпендикулярная к ней линия, вокруг которой происходит вращение, двойниковой осью. Когда срастаются два неделимых (или, по вышеприведенному искусственному представлению, две половины), так что двойниковая плоскость, в то же время, является и границей, разделяющей оба неделимых, получается, так называемый, двойник сращения (фиг. 37).

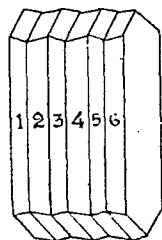


Фиг. 37.

Иногда такого рода двойники определяют как кристаллы, у которых в отличие от недвойниковых кристаллов, два центра роста, так как фигурально можно такое образование рассматривать как два нараставших около двух центров кристаллизации кристалла, которые срослись по двойниковой плоскости. В других случаях оба неделимых разрастаются по обе стороны двойниковой плоскости; получается сложное образование, состоящее как будто из двух проросших друг друга насквозь неделимых. Такие двойники называют двойниками проростания.

Двойниковые образования не всегда состоят только из двух неделимых; бывают тройники, четверники и т. п. Иногда срастается очень большое число неделимых, которые обыкновенно в этом случае сильно, иногда до ничтожной толщины, утонены по направлению двойниковой оси. Такого рода образования, напр., столь характерные для известковонатровых полевых шпатов, называют полисинтетическими (фиг. 38).

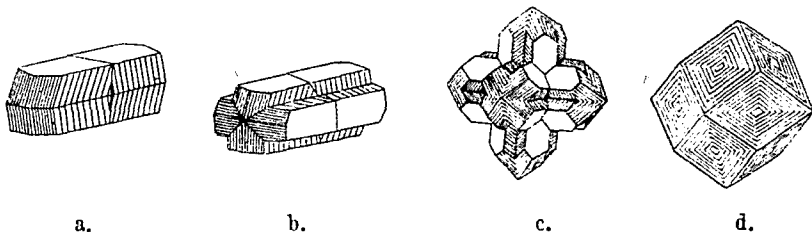
Двойниковой плоскостью может быть всякая плоскость, которая не является в данном кристалле плоскостью симметрии; это либо действительно существующая на кристалле, либо возможная на нем грань. Двойниковая ось тоже либо ребро (существующее или возможное), либо, по крайней мере, линия перпендикулярная к такому ребру.



Фиг. 38.

Кроме описанных только что двойниковых-образований по одной какой-нибудь плоскости или, как говорят, одному двойниковому закону, наблюдаются еще в природе также и более сложные двойники по нескольким плоскостям, по нескольким законам; особенно часто встречаются двойниковые образования одновременно по нескольким законам среди двойников проростания.

Путем двойникового сростания и проростания, особенно одновременно по нескольким законам, часто повышается степень симметрии внешней формы кристаллического тела: получаются т. наз. миметические, или подражательные кристаллы. В других случаях, как, напр., в кубической системе, при образовании двойников степень симметрии, наоборот, понижается. На фиг. 39 *a*, *b*, *c*, *d* представлено по-



Фиг. 39. Сложные двойниковые образования.

степенное миметическое повышение симметрии в кристаллическом теле по мере все осложняющегося его двойникового образования.

Все разнообразные случаи двойниковых сростаний можно сгруппировать следующим образом:

I.—Простые двойники—состоят из двух неделимых.

1. Двойники сростания, или контактные:

- а) кристаллизационные (первичные),
- б) механические (вторичные)

2. Двойники проростания, или импликационные.

II.—Сложные, или повторные двойники—состоят из более или менее значительного числа неделимых.

A) Моногенные—образованы по одному закону

- а) олигосинтетические, из немногих неделимых (кристаллизационные),
- б) полисинтетические,—из весьма многих неделимых:
 - 1) двойники расщепления,
 - 2) двойники скольжения.

Б) Полигенные—образованы по нескольким законам:

- 1) Сложные олигосинтетические двойники высшей степени:
 - а) двойники сростания,
 - б) двойники проростания.
- 2) Сложные полисинтетические (двойники превращения и распада).

Двойники обыкновенно легко узнаются по тому, что у них имеются входящие углы, т. е., двугранные углы, обращенные ребром внутрь кристалла; но эти входящие углы часто отсутствуют, напр., у двойников проростания, или заростают; в таком случае кристалл по внешнему виду может и не отличаться от простого, и лишь физические свойства могут раскрыть его двойниковое строение.

Задачи для упражнения.

1. Из скольких простых фигур состоит данный кристалл?
2. Какая разница между двойником и комбинацией?
3. Описать данный кристалл, обозначив слагающие его фигуры как по способу Наумана, так и по способу Миллера.

Г Л А В А 5-ая.

§ 10. Зоны.

Понятие о зонах, введенное Вейссом, не только подчеркивает некоторую правильность в расположении граней, но и выражает в несколько иной форме тот основной закон кристаллографии, с которым мы познакомились выше под названием закона рациональности индексов. Правильность, выражаемая зонами, заключается в том, что на многих кристаллах все или часть граней группируются в комплексы, пересекающиеся в параллельных ребрах. Совокупность граней, пересекающихся в параллельных ребрах, и составляет зону, или пояс. Понятно, что та или иная грань кристалла может одновременно входить в состав нескольких зон и что плоскость, находящаяся одновременно в двух зонах, является возможной на данном кристалле гранью. Плоскости, входящие в состав зоны, называются тавтозональными и свою тавтозональность сохраняют при изменениях температуры, что называется сохранением зон.

Грани, пересекающиеся в параллельных ребрах, параллельны одному общему направлению, которое называется осью зоны и может быть выражено в индексах, производных от индексов любой пары граней данной зоны. Ось зоны можно рассматривать как линию, проходящую через центр кристалла и параллельную ребрам, а, следовательно, и граням данной зоны. Так как грани могут перемещаться параллельно самим себе, не изменяя своего кристаллографического характера, то можно себе представить все грани данной зоны перемещенными внутрь кристалла так, чтобы они проходили через центр кристалла; в таком случае ось зоны явится линией пересечения всех граней данной зоны.

Ребра, в которых пересекаются попарно грани зоны, могут быть выражены при помощи особых символов, получаемых из индексов тавтозональных граней. Эти символы, которые называются символами зон, не зависят от температуры, так как получаются арифметическим путем из независимых от температуры индексов граней; отсюда понятно, что и принадлежность граней к зоне, т. е. их тавтозональность, представляет явление, от температуры не зависящее. Все грани кристалла находятся между собою в зональных соотношениях. В самом деле, если грань a входит в состав зоны, в которой имеется и грань b ,

III. Положение ребра не изменится, если мы помножим его параметры на какое-нибудь число. Пусть это число:

$$\frac{a_i \bar{b}_{ii} - a_{ii} \bar{b}_i}{a_i a_{ii} \bar{b}_i c_i}$$

Тогда:

$$x = \frac{1}{\bar{b}_i c_i} - \frac{1}{\bar{b}_{ii} c_i} \quad (5);$$

$$y = \frac{1}{c_i a_{ii}} - \frac{1}{c_{ii} a_i} \quad (5');$$

$$z = \frac{1}{a_i \bar{b}_{ii}} - \frac{1}{a_{ii} \bar{b}_i} \quad (5'').$$

IV. Замещаем параметры индексами:

$$\frac{1}{a_i} = \frac{h_i}{a}, \quad \frac{1}{a_{ii}} = \frac{h_{ii}}{a}, \quad \frac{1}{\bar{b}_i} = \frac{k_i}{b} \text{ и т. д.}$$

$$x = \frac{k_i l_{ii} - k_{ii} l_i}{\bar{b} c} \quad (6);$$

$$y = \frac{l_i h_{ii} - l_{ii} h_i}{a c} \quad (6');$$

$$z = \frac{h_i k_{ii} - h_{ii} k_i}{a \bar{b}} \quad (6'').$$

или, помножая полученные величины на $\bar{a}bc$:

$$x = a (k_i l_{ii} - k_{ii} l_i) = au;$$

$$y = b (l_i h_{ii} - l_{ii} h_i) = bv;$$

$$z = c (h_i k_{ii} - h_{ii} k_i) = cw.$$

Величины u , v и w называются индексами зоны, они замыкаются в прямые скобки и образуют символ зоны: $[uvw]$.

Пусть грань $R (pqr)$ тавтозональна с двумя другими: $P (efg)$ и $Q(hkl)$. Тогда, согласно предыдущему, параметры ребра $[P, Q]$:

$$au = a(fl - kg),$$

$$bv = b(gh - le),$$

$$cw = c(ek - hf),$$

и параметры ребра $[Q, R]$:

$$au_1 = a(kr - ql),$$

$$bv_1 = b(lp - rh),$$

$$cw_1 = c(hq - kp).$$

Если, как в данном случае, все три грани тавтозональны, то ребра их, проведенные через начало координат, должны совпасть по направлению; параллелепипеды, на них построенные, подобны; стороны этих параллелепипедов или, что то же, параметры наших ребер, должны лишь отличаться на некоторого постоянного множителя C . Итак,

$$fl - kg = C(kr - ql) \dots (1),$$

$$gh - le = C(lp - rh) \dots (2),$$

$$ek - hf = C(hq - kp) \dots (3).$$

Помножив уравнение (1) на p , (2) на q и (3) на r и сложив их почленно, получаем:

$$p(fl - kg) + q(gh - le) + r(ek - hf) = 0.$$

В уравнении этом выражено условие тавтозональности граней. Оно имеет для нас весьма большое значение: при помощи его мы получаем возможность решить задачу об определении грани посредством двух зон.

Пусть символы этих зон: $[uvw]$ и $[u_1v_1w_1]$. Индексы грани (pqr) , лежащей в обеих этих зонах, должны соответственно удовлетворять и 2 уравнениям:

$$\begin{aligned} up + vq + wr &= 0 \text{ и} \\ u_1p + v_1q + w_1r &= 0. \end{aligned}$$

Решая их совместно, получаем:

$$\begin{aligned} -p &= \frac{vq + wr}{u} = \frac{v_1q + w_1r}{u_1}, \text{ откуда:} \\ r \left[\frac{w}{u} - \frac{w_1}{u_1} \right] &= q \left[\frac{v_1}{u_1} - \frac{v}{u} \right], \text{ или} \\ r(wu_1 - w_1u) &= q(uw_1 - u_1v). \end{aligned}$$

Таким же путем:

$$r(vw_1 - v_1w) = p(uw_1 - u_1v).$$

Так как один из индексов мы можем приравнять любому числу, то положим, что $r = uw_1 - u_1v$.

Тогда:

$$\begin{aligned} p &= vw_1 - v_1w, \\ q &= wu_1 - w_1u, \\ r &= uw_1 - u_1v. \end{aligned}$$

Приведенные сейчас значения p, q, r в индексах зоны находятся по той же механической схеме, как и индексы зоны, по индексам граней, т. е.:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c|ccc|ccc} u & v & & w & & u & v & w \\ u_1 & v_1 & \times & w_1 & \times & u_1 & v_1 & w_1 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c|ccc|ccc} \underbrace{vw_1 - v_1w}_p & & & \underbrace{wu_1 - w_1u}_q & & & \underbrace{uw_1 - u_1v}_r & \end{array} \end{array}$$

Задачи на зоны.

Задача 1-ая. Даны грани (hkl) и (100) , лежащие в одной зоне; найти символ этой зоны.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c|ccc|ccc} h & k & & l & & h & k & l \\ 1 & 0 & \times & 0 & \times & 1 & 0 & 0 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c|ccc|ccc} \underbrace{0-0}_0 & & & \underbrace{l-0}_l & & & \underbrace{0-k}_k & \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{след., символ } [uvw] \text{ данной} \\ \text{зоны} = [0 \bar{l} \bar{k}]. \end{array}$$

Задача 2-я. Дана грань A , лежащая в двух зонах $[0\ 1\bar{1}]$ и $[1\ \bar{1}\bar{1}]$; найти ее символ.

$$\begin{array}{c|ccc|ccc|ccc|ccc}
 0 & 1 & \bar{1} & 0 & & 1 & \bar{1} & ; & 1 & \bar{1} & & \bar{1} & \bar{1} \\
 & \times & & \times & & \times & & & & & & & \\
 1 & \bar{1} & & \bar{1} & 1 & & \bar{1} & ; & 0 & 1 & \times & \bar{1} & \times & 0 & \times & 1 & \bar{1} \\
 \hline
 & \underbrace{\bar{1}-1}_2 & ; & \underbrace{\bar{1}-0}_1 & ; & \underbrace{0-1}_1 & & & & \underbrace{1-\bar{1}}_2 & ; & \underbrace{0-\bar{1}}_1 & ; & \underbrace{1-0}_1 & & &
 \end{array}$$

След., символ искомой грани $(\bar{2}\bar{1}\bar{1})$, а параллельной ей противоположной (211) .

Задача 3-я. Даны грани $(0\bar{1}1)$ и $(n\ \bar{m}\ \bar{m}n)$, лежащие в одной зоне; тавтозональна-ли с ними грань $(n\ m\ m)$?

Задача 4-я. Три плоскости A, B, C лежат в одной зоне.

- Индексы A (101) .
- " B (011) .
- " C $(11\ m)$.

Определить значение индекса m .

Задача 5-я. Даны четыре основных грани: $(100), (010), (001), (111)$; вывести из них произвольную грань (hkl) .

- I) 1) Грани $\begin{pmatrix} 001 \\ 100 \end{pmatrix}$ дают зону $[010]$. III) Зоны $\begin{pmatrix} 10\bar{1} \\ 010 \end{pmatrix}$ дают грань (101) .
- II) " $\begin{pmatrix} 010 \\ 111 \end{pmatrix}$ " " $[101]$.

Зона

$$\begin{pmatrix} 100 \\ 010 \end{pmatrix} [001]$$

IV) с зоной:

$$\begin{pmatrix} 001 \\ 111 \end{pmatrix} [\bar{1}10] \text{ т. е., } \begin{pmatrix} \bar{1}10 \\ 001 \end{pmatrix} \text{ дает грань } \dots \dots \dots (110);$$

VI) с зоной:

$$\begin{pmatrix} 001 \\ 211 \end{pmatrix} [\bar{1}20] \text{ " " } \begin{pmatrix} \bar{1}20 \\ 001 \end{pmatrix} \text{ " " } \dots \dots \dots (210);$$

VIII) с зоной:

$$\begin{pmatrix} 001 \\ 311 \end{pmatrix} [\bar{1}30] \text{ " " } \begin{pmatrix} \bar{1}30 \\ 001 \end{pmatrix} \text{ " " } \dots \dots \dots (310).$$

Зона

$$\begin{pmatrix} 011 \\ 100 \end{pmatrix} [01\bar{1}]$$

1) Вычисления следуют в порядке римских цифр.

V) с зоной:

$$\begin{pmatrix} (110) \\ (101) \end{pmatrix} \left[\overline{11} \overline{1} \right], \text{ т. е., } \begin{pmatrix} \overline{11} \overline{1} \\ \overline{01} \overline{1} \end{pmatrix} \text{ дает грань } \dots \dots \dots (211);$$

VII) с зоной:

$$\begin{pmatrix} (210) \\ (101) \end{pmatrix} \left[\overline{12} \overline{1} \right] \text{ " " } \begin{pmatrix} \overline{12} \overline{1} \\ \overline{011} \end{pmatrix} \text{ " " } \dots \dots \dots (311);$$

IX) с зоной:

$$\begin{pmatrix} (310) \\ (101) \end{pmatrix} \left[\overline{13} \overline{1} \right] \text{ " " } \begin{pmatrix} \overline{13} \overline{1} \\ \overline{011} \end{pmatrix} \text{ " " } \dots \dots \dots (411),$$

и т. д., т. е. (511),
(611),

иначе ($h11$).

Мы нашли грань ($h11$); таким же путем можно найти грани ($1k1$) и ($11l$). А отсюда следует далее:

$$\begin{array}{l} \text{I) } \begin{pmatrix} (h11) \\ (010) \end{pmatrix} \left[\overline{10h} \right] \\ \text{II) } \begin{pmatrix} (1k1) \\ (100) \end{pmatrix} \left[\overline{01\bar{k}} \right] \\ \text{V) } \begin{pmatrix} (11l) \\ (100) \end{pmatrix} \left[\overline{0l\bar{1}} \right] \\ \text{VI) } \begin{pmatrix} (h11) \\ (001) \end{pmatrix} \left[\overline{1\bar{h}0} \right] \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{III) } \begin{pmatrix} \left[\overline{01\bar{k}} \right] \\ \left[\overline{10h} \right] \end{pmatrix} \\ \text{VII) } \begin{pmatrix} \left[\overline{l\bar{h}0} \right] \\ \left[\overline{0l\bar{1}} \right] \end{pmatrix} \\ \text{IX) } \left[\overline{\bar{k}h0} \right] \left[\overline{l\bar{0}h} \right] \end{array} \quad \begin{array}{l} (hk1); \text{ IV) } \begin{pmatrix} (001) \\ (hk1) \end{pmatrix} \left[\overline{\bar{k}h0} \right] \\ (h1l); \text{ VIII) } \begin{pmatrix} (h1l) \\ (010) \end{pmatrix} \left[\overline{l\bar{0}h} \right] \\ (hkl). \end{array}$$

Таким образом, выведен символ произвольной грани (hkl) и в то же время доказана зональная связь всех граней, т. е., закон зон.

Г Л А В А 6-я.

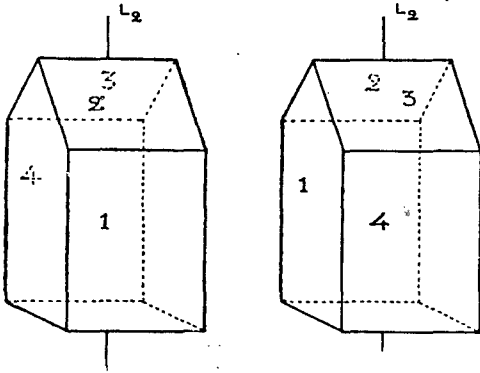
§ 11. Симметрия.

Достаточно беглого просмотра некоторого количества кристаллов, чтобы убедиться, что на многих из них одинаковые элементы ограничения повторяются в большем или меньшем числе. Эта повторяемость одинаковых граней, ребер и углов обуславливает ту правильность, которая называется симметрией кристаллов. С точки зрения симметрии вся совокупность кристаллов распадается на две, неодинаковые по своему значению, группы:

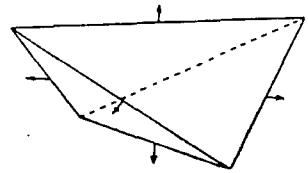
1) Кристаллы, в которых каждая грань является в единственном числе, каждая простая форма состоит только из одной грани. Эти кристаллы лишены, конечно, какой бы то ни было симметрии, они являются асимметрическими и управляются лишь законом рациональности параметров.

2) Кристаллы, обладающие в той или иной степени симметрией. Кристаллы этой последней категории группируются в 31 класс, которые были установлены дедуктивным путем, исходя из закона симметрии. Изучение возможных в кристаллических многогранниках комбинаций элементов симметрии привело к установлению упомянутых 31 класса, которыми и исчерпывается все возможное в кристаллах разнообразие видов симметрии.

Кристаллы, обладающие симметрией, различаются между собою видом и степенью симметрии,

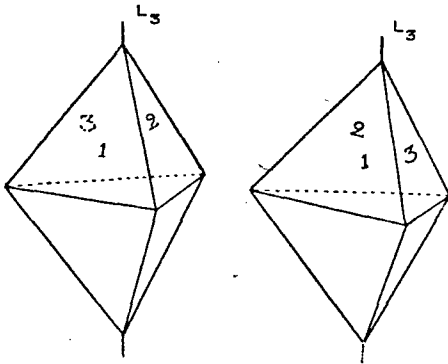


Фиг. 41. Двойная ось симметрии L_2 ; при повороте кристалла вокруг этой оси на 180° грань 4 становится на место грани 1, а грань 3 на место грани 2, и фигура совмещается с исходным ее положением.

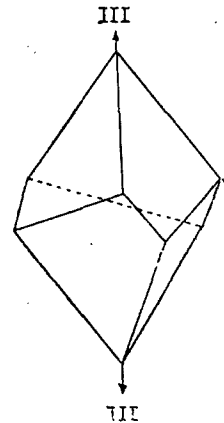


Фиг. 41а. Пример нескольких двойных осей (по направлению стрелок)—а именно трех.

определяемыми наличием большего или меньшего количества положений совмещения. Степень симметрии устанавливается при помощи элементов симметрии, каковыми являются: оси симметрии, плоскости симметрии, сложная симметрия (и центр сим-



Фиг. 42. Тройная ось симметрии L_3 ; совмещение происходит при повороте на 120° .

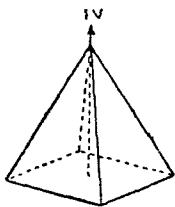


Фиг. 42а. Другой пример тройной оси.

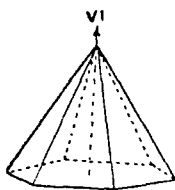
метрии). Симметрию, т. е., ту правильность, которая вытекает из повторяемости одинаковых кристаллических элементов, можно обнаружить одним из следующих приемов: 1) перечислением положений совмещения при вращении вокруг некоторых линий—это оси симметрии; 2) совмещением одной части кристалла с другой [путем отражения в плоскости, проходящей через ее центр—плоскость симметрии]; 3) совмещением путем одновременного вращения вокруг некоторой оси и

отражения в сопряженной с нею перпендикулярной к ней плоскости— так называемая сложная симметрия. Рассмотрим каждый из этих элементов симметрии в отдельности.

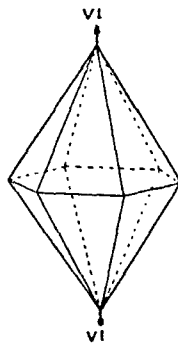
Оси симметрии. Осью симметрии, как уже указано, называется такая линия, проходящая через центр кристалла, вокруг которой у кристалла существует несколько положений совмещения. Число этих положений совмещения зависит от того, в каком числе повторяются вокруг такой оси одинаковые элементы ограничения. Наименованием оси симметрии называется число положений совмещения при полном обороте на 360° ; если таких положений два, то ось называют двойной осью,



Фиг. 43. Четверная ось L_4 (вертик. линия).



Фиг. 44. Шестерная ось симметрии L_6 (вертик. линия).



Фиг. 44а. Другой пример шестерной оси.

если их три—тройной осью и т. д. Само собою разумеется, что все положения совмещения вокруг некоторой оси отстоят друг от друга на одинаковое угловое расстояние, напр., у тройной оси на 120° , у шестерной оси на 60° и т. д. Тот наименьший угол, на который надо повернуть кристалл, чтобы найти ближайшее к исходному положение совмещения, и является характерным для нее углом и определяет наименование оси. Наименование оси получается от деления окружности на этот наименьший угол, напр., у шестерной оси,

$$n = \frac{360^\circ}{p} = \frac{360^\circ}{60^\circ} = 6.$$

Оси симметрии обозначаются так: двойная ось L_2 или L^2 , тройная ось L_3 или L^3 и т. д.

Главные оси симметрии, или иначе, оси изотропности, обозначаются еще иногда буквой Λ греческого алфавита. Таким образом получаются Λ^3 , Λ^4 , Λ^6 .

Рассмотрим теперь, какие возможны в кристаллах оси симметрии и как они могут комбинироваться между собою.

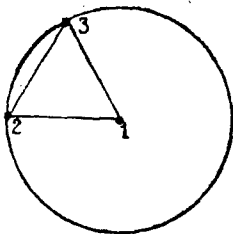
Прежде всего, следует отметить, что не всякие оси симметрии, мыслимые в геометрических многогранниках, возможны в кристаллах. Для кристаллических многогранников существует в этом отношении значительное ограничение, вытекающее из сущности кристаллов, как таких многогранников, у которых внешняя форма находится в тесном соотношении с внутренним молекулярным строением кристалла. Кристаллы в своем строении должны удовлетворять требованию однородности строения и должны подчиняться закону рациональности пара-

метров. Результатом налагаемых этим на кристаллы ограничений является то, что в кристаллах возможны лишь оси двойные, тройные, четверные и шестерные. Этим сразу положен предел разнообразию кристаллов, казалось бы, на первый взгляд бесконечному. Дальнейшее ограничение разнообразия вытекает из того, что возможны не всякие комбинации перечисленных четырех типов осей симметрии, а только такие, которые не влекут за собой появления осей симметрии такого наименования, который в кристаллах невозможен. Нет основания предполагать, что в кристаллах возможна только одна какая-нибудь ось симметрии. Правильность в расположении одинаковых элементов ограничения может быть такова, что в кристалле проходят оси симметрии в разных направлениях. И действительно, в кристаллах возможно одновременно существование нескольких и даже сравнительно многих (до 13) осей симметрии (см. фиг. 45), но только в таких комбинациях, которые не влекут за собой появления осей симметрии пятерных или выше, чем шестерных.

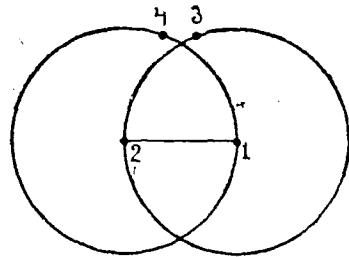
Убедиться в том, что в кристаллах возможны лишь оси 2-го, 3-го, 4-го и 6-го наименования, можно различными рассуждениями. Если исходить из требований однородности строения, то рассуждения сводятся к следующему.

1. Не может быть оси L^n наименования высшего, чем L^6 .

В самом деле, представим себе, что 1—2 на фиг. 46 представляет собою наименьшее возможное расстояние между соответственными (так наз., гомологическими) точками в кристалле. Тогда, если L^n выходит в точке 1 перпендикулярно бумаге, то т. 2 должна повториться



Фиг. 46.

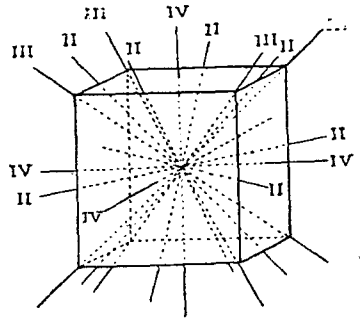


Фиг. 47.

при повороте вокруг L^n отнюдь не раньше как через 60° , в т. 3, ибо хорда 60° равна радиусу или, что то же, наименьшему возможному расстоянию 1—2. Таким образом, L^6 есть наивысшее наименование оси L^n .

2. Не может быть в кристалле L^5 .

Допустим противоположное: пусть на фиг. 47 в точке 1 выходит L^5 , перпендикулярная бумаге. В ближайшей соответственной точке 2 должна выходить тогда такая же L^5 , перпендикулярная бумаге. При вращении вокруг L^5 , проходящей через т. 1, точка 2 должна повториться через 72° , в т. 3; при вращении вокруг L^5 , проходящей через



Фиг. 45. Максимальное число осей симметрии, возможных в кристалле: куб, в котором имеется: 6 двойных осей (II), 4 оси тройные (III) и 3 оси четверные (IV).

т. 2, повторится точка 1 через 72° , в т. 4. В результате соответственные точки 3 и 4 оказываются на расстоянии одна от другой меньше наименьшего, предположенного нами между соответственными точками 1—2. Получилась нелепость; очевидно, что L^5 в кристаллическом строении вещества невозможна.

Правила для сочетания осей симметрии между собою в таких кристаллах, в которых симметрия исчерпывается осями, сводятся к следующему.

1. L^6 может присутствовать только в единственном числе.

В самом деле, если под некоторым углом α к L^6 наблюдается в кристалле вторая L^6 , то при вращении вокруг этой последней первая L^6 повторится 6 раз. При вращении вокруг каждой из новых осей L^6 остальные пять повторяются, и т. д.

В конце концов, появляется бесконечно большое количество L^6 , бесконечно большая симметрия, исчезнет векториальность вещества.

Подобным же образом ясно, что с L^6 не может комбинироваться ни L^4 , ни L^3 .

2. С одной L^6 могут только комбинироваться L^2 , расположенные в плоскости, перпендикулярной L^6 ; число их 6.

Если бы мы вообразили L^2 , не перпендикулярную к L^6 , то при вращении вокруг L^2 наша L^6 повторялась бы, что по предыдущему невозможно.

3. L^4 может быть в единственном числе или в числе 3, взаимно перпендикулярных. Всякая иная комбинация L^4 приводила бы к бесконечному числу L^4 и к уничтожению векториального строения вещества, подобно тому как и в случае 1. Очевидно также, что одна L^4 не может комбинироваться с L^3 . Что касается L^2 , то единственная возможная комбинация есть $L^4 4L^2$, причём L^2 располагается в плоскости, перпендикулярной L^4 .

4. Если существует в кристалле несколько L^3 , то должно быть обязательно $4L^3$, ибо каждый элемент кристалла повторяется при вращении вокруг L^3 три раза, в том числе и любая другая L^3 . Все $4L^3$ равноценны и пересекаются между собою под одинаковыми углами, совпадая с диагоналями куба. Всякое иное расположение L^3 вело бы к умножению их до бесконечности, т. е., опять-таки, как во многих предыдущих случаях, к уничтожению векториальности вещества.

5. С $4L^3$ могут комбинироваться L^2 . Они могут или делить пополам угол между какими-либо двумя осями L^3 , или располагаться перпендикулярно к плоскости, заключающей в себе какие-либо 2 оси L^3 . Это отвечает расположению осей L^2 : или 1) перпендикулярно граням куба, или 2) перпендикулярно ребрам куба.

В первом случае должно быть $3L^2$. Эти $3L^2$, приходясь на одинаковом расстоянии от всех L^3 , неизбежно присутствуют в любом кристалле с $4L^3$.

Во втором случае оказывается $6L^2$. Предыдущие $3L^2$ превращаются при этом в $3L^4$, так что в общем составляет комбинация: $3L^4 4L^3 6L^2$.

6. Комбинации L^2 с осями высшего наименования рассмотрены выше. Относительно комбинации двойных осей между собою намечается следующая закономерность:

Если в кристалле только две таких оси L^2 , то они взаимно перпендикулярны.

В самом деле, представим себе, что это не так, что мы имеем в каком-нибудь кристалле $2L^2$, не перпендикулярные между собою, обозначенные нами на фиг. 48 через AA и BB и лежащие здесь в плоскости бумаги.

Повернем кристалл вокруг оси AA_1 на 180° ; чтобы произошло совмещение, ось BB_1 должна встретить в линии CC_1 тождественное с нею направление, которое следовательно тоже должно быть двойною осью симметрии. Таким образом, при допущении, что оси AA_1 и BB_1 не перпендикулярны, мы приходим к необходимости трех осей, две же оси возможны лишь в том случае, если они взаимно перпендикулярны.

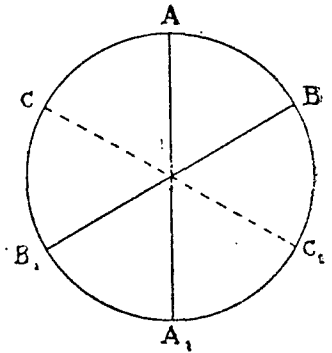
Из предыдущего следует, что, если к $2L^2$ присоединяется третья L^2 , то, при отсутствии осей высшего наименования, она должна быть обязательно перпендикулярна к предыдущим $2L^2$.

Интересно отметить, что максимальное число осей симметрии каждого наименования (кроме шестерной оси) определяется тем, что произведение из наименования оси на число таких осей равняется 12: три четверных оси, четыре тройные оси, шесть осей двойных.

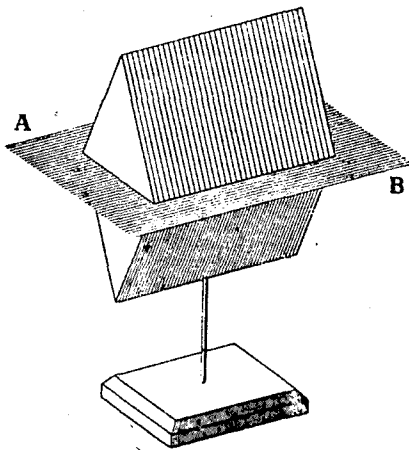
Плоскости симметрии. Плоскостью симметрии называется такая плоскость, которая делит кристалл на две зеркально равные половины. По обе стороны от плоскости симметрии располагаются в одинаковом числе и в одинаковом порядке одинаковые элементы ограничения. Всякий перпендикуляр к плоскости симметрии встречает по обе стороны от нее на равных расстояниях одинаковые и одинаково расположенные элементы ограничения. Плоскости симметрии обозначают обыкновенно буквою P . Так называемые главные плоскости симметрии, перпендикулярные главным осям, пишутся иногда через Π греческого алфавита.

Симметричность кристалла может быть такова, что в нем имеется не одна, а несколько плоскостей симметрии. Но при этом возможен только один класс кристаллов, у которых вся симметрия исчерпывается симметрией

по плоскости, а именно: кристаллы с одной плоскостью симметрии. Как только в кристалле появляется несколько, или хотя бы две, плоскостей симметрии, в нем одновременно должны быть и оси симметрии: если плоскостей симметрии больше одной, то они непременно должны пересекаться, а линия пересечения плоскостей симметрии, как нетрудно убедиться при помощи самых элементарных рассуждений, или на простом чертеже, непременно является сама осью симметрии.



Фиг. 48.

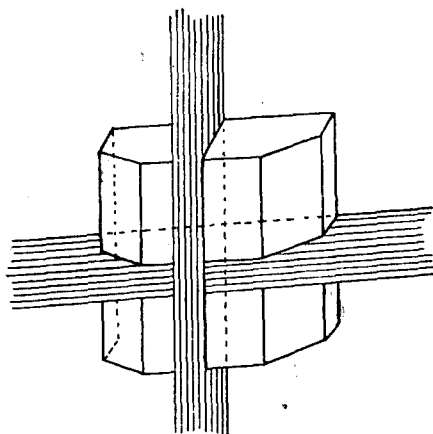


Фиг. 49. Плоскость симметрии.

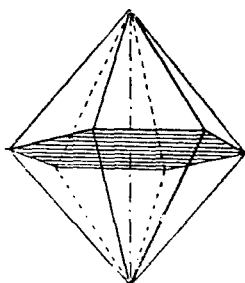
Правила, управляющие сочетанием плоскостей симметрии между собою и с осями симметрии, сводятся к следующему:

1. Если имеется только одна ось и одна плоскость симметрии, то они непременно взаимно перпендикулярны; в этом можно убедиться такими же рассуждениями, как на стр. 49 № 6, если принять на фиг. 48 линию BB_1 за проекцию плоскости симметрии, перпендикулярной бумаге.

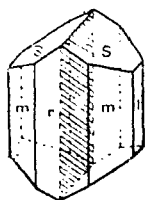
2. Если имеется ось симметрии, и через нее проходит плоскость



Фиг. 50б. Две взаимно перпендикулярные плоскости симметрии.



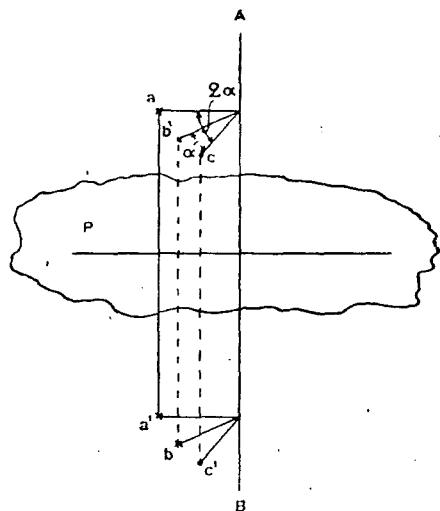
Фиг. 50.



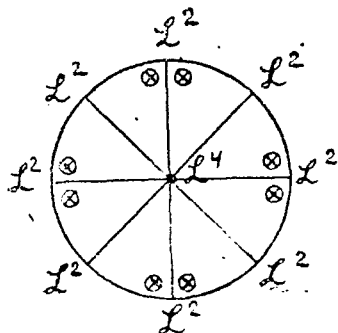
Фиг. 50а. Заштрихованные плоскости означают на всех трех фигурах плоскости симметрии.

симметрии, то эта плоскость будет не единственной, а через ось непременно проходит столько плоскостей, сколько единиц в наименовании оси. Так, через четверную ось непременно проходит четыре плоскости и т. д.

3. Обратное, если имеется несколько плоскостей симметрии, то



Фиг. 52. Ось сложной симметрии.



Фиг. 51. Комбинация элементов симметрии: $L^4 4L^2 P 4P'$.

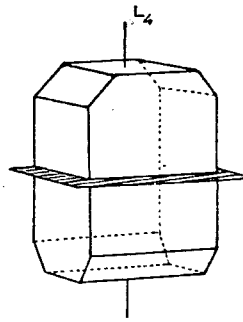
линия их пересечения является осью симметрии того наименования, которое определяется числом пересекающихся плоскостей: если пересекаются три плоскости, то линия их пересечения является тройной осью и т. д.

4. Если с некоторой единственной осью симметрии L^n комбинируются одновременно: 1) P , перпендикулярная к ней плоскость симметрии и 2) $n P^1$, пересекающиеся в ней, то это неизбежно имеет следствием и появление nL^2 , лежащих в P , как это ясно видно, напр., для L^4 на фиг. 51, где L^4 и $4P^1$ перпендикулярны бумаге, P совпадает с плоскостью бумаги, крестики обозначают гомологические точки над P , кружки—гомологические точки на таком же расстоянии по вертикали под P .

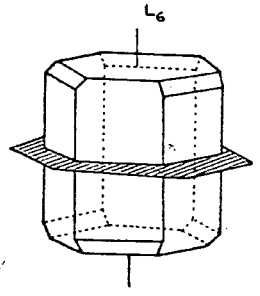
Сложная симметрия. Под сложной симметрией понимают такую правильность в расположении одинаковых элементов ограничения, которая определяется совмещением при одновременном: вращении вокруг оси и отражении в плоскости, перпендикулярной к оси. Ось симметрии и плоскость, к ней перпендикулярная,

здесь сопряжены и, следовательно, всегда встречаются совместно; для краткости говорят только об осях сложной симметрии, подразумевая при этом и сопряженную плоскость. Совмещение одинаковых

элементов ограничения происходит путем вращения вокруг оси на характерный для нее угол и одновременного отражения в перпендикулярной к ней плоскости. При этом элементы ограничения совмещаются не с реальными элементами ограничения, а с их зеркальными изображениями: элемент, находящийся над плоскостью сложной симметрии, совмещается с его изображением, находящимся ниже этой плоскости, и наоборот. Так, напр., на фигуре 52 гомологическими точками являются a , b , c ; при повороте вокруг оси A на характерный угол α точка a совместится с зеркальным изображением точки b , т. е., b' , а точка b с зеркальным изображением точки c , т. е., c' . Здесь ясно видно, что отстоящие друг от друга на характерный угол α гомологические точки лежат поочередно над и под плоскостью симметрии, а не по одну ее сторону, как в случае оси простой симметрии. Это попеременное расположение одинаковых элементов симметрии, то над, то под плоскостью симметрии, резко бросается в глаза на фиг. 53; оно является характерным признаком сложной симметрии. На этих же фигурах ясно видно, что четверная ось сложной симметрии в то же время является двойной осью простой симметрии, а шестерная ось сложной симметрии—тройной осью про-

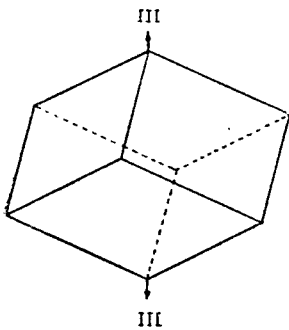


Фиг. 53а.

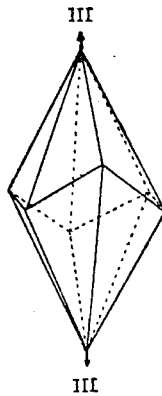


Фиг. 53б.

Оси сложной симметрии четверная (L^4) и шестерная (L^6).



Фиг. 54а.

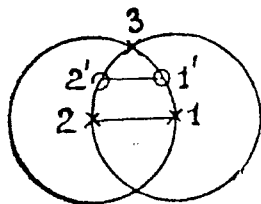


Фиг. 54б.

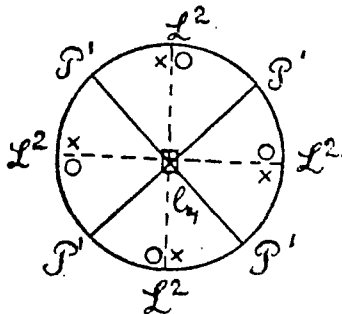
Пример тройной оси простой симметрии, которая вместе с тем является шестерной осью сложной симметрии.

Пример тройной оси простой симметрии, которая вместе с тем является шестерной осью сложной симметрии. Это попеременное расположение одинаковых элементов симметрии, то над, то под плоскостью симметрии, резко бросается в глаза на фиг. 53; оно является характерным признаком сложной симметрии. На этих же фигурах ясно видно, что четверная ось сложной симметрии в то же время является двойной осью простой симметрии, а шестерная ось сложной симметрии—тройной осью про-

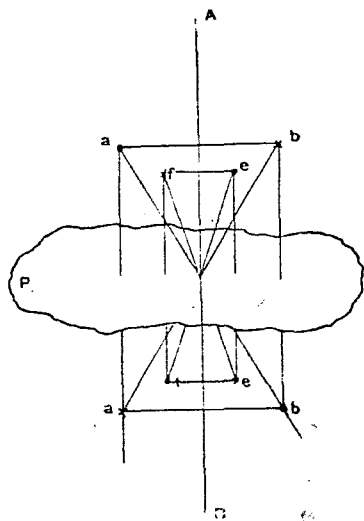
стой симметрии. Если на фиг. 53а вертикальную ось \bar{L}^2 рассматривать как ось простой симметрии, то надо повернуть кристалл на 180° , чтобы найти положение совмещения; если же она ось сложной симметрии, то требуется поворот лишь на 90° . Другими словами, ось сложной симметрии является осью простой симметрии вдвое меньшего наименования (фиг. 54); отсюда ясно, что оси сложной симметрии могут быть только четные: $\bar{L}^2, \bar{L}^4, \bar{L}^6$, и что тройной оси сложной симметрии не существует. (Оси сложной симметрии обозначаются через \bar{l}).



Фиг. 55.

Фиг. 56. Комбинация $\bar{L}^2 L^2 P'$.

Здесь может возникнуть сомнение лишь еще относительно \bar{L}^6 и \bar{l}^{12} . Нетрудно, однако, убедиться в том, что такие оси невозможны в кристаллах. На фиг. 55 это представлено для случая \bar{l}^{12} . 1—2 есть ближайшее возможное расстояние между гомологическими точками, в которых выйдут L^{12} . Крестики обозначают прямые гомологические точки, расположенные над зеркальной плоскостью сложной симметрии (плоскость бумаги), кружки — зеркальные гомологические точки, лежащие под зеркальной плоскостью на таком же от нее расстоянии, как и первые, прямые гомологические точки. Расстояние между зеркальными гомологическими точками $2'$ и $1'$ оказывается здесь явно меньше расстояния $2-1$, принятого нами за наименьшее. Получается абсурд, приводящий к заключению, что \bar{l}^{12} в кристаллах вообще невозможна.



Фиг. 57. Центр симметрии.

Из самого определения сложной симметрии следует, что оси ее не могут комбинироваться с плоскостями симметрии, к ним перпендикулярными. \bar{L}^2 во-

обще не вступает в комбинацию ни с какими другими осями или плоскостями симметрии. Через \bar{l}^4 могут проходить две плоскости симметрии, но они тогда неизбежно вызывают еще и появление $2L^2$, перпендикулярных к \bar{l}^4 и делящих углы между P пополам. Убедиться в этом можно из фигуры 56, где \bar{l}^4 нужно себе представлять перпендикулярно бумаге. Плоскости симметрии, через нее проходящие, проектируются в виде сплошных прямых линий $P' P'$. Промежуточные оси — $L^2 L^2$.

Зеркальная плоскость сложной симметрии—плоскость бумаги. Крестики обозначают гомологические точки прямые, кружки—гомологические точки зеркальные.

Аналогичным образом, I^8 , комбинируясь с P , дает нам неизбежно комбинацию $I^8 L^2 P$.

Центр симметрии. Центром симметрии многогранника называется такая точка, в которой делятся пополам все прямые, соединяющие одинаковые элементы ограничения. Иначе сказать, всякая прямая, проведенная от какого-нибудь элемента ограничения к центру симметрии, будучи продолжена, встречает на таком же расстоянии от центра такой же и так же расположенный элемент ограничения (фиг. 57). Во внешнем облике кристалла присутствие центра симметрии сказывается в том, что каждой грани соответствует противолежащая ей параллельная грань, т. е., все грани распадаются на пары параллельных граней. Это дает возможность отличить сразу фигуру с центром симметрии, который надо считать важным и интересным, хотя и не самостоятельным элементом симметрии, а лишь следствием определенного сочетания плоскостей и осей симметрии.

§ 12. Классы симметрии.

Совокупность элементов симметрии, присущих данному кристаллу, определяет вид и степень его симметрии. С точки зрения симметрии все кристаллы делятся на асимметрические, лишенные элементов симметрии, и симметрические. Закон симметрии выводит дедуктивным путем возможность лишь 32 группировок элементов симметрии. Если мы будем называть классом симметрии, или классом кристаллов, совокупность кристаллов одинаковой степени симметрии, то оказывается, что возможно существование лишь 32 классов кристаллов (т. е. 31 класс с различной симметрией и 1 класс без симметрии). Не все эти классы имеют своих представителей среди минералов или искусственных продуктов. Но число пробелов постепенно уменьшается и каждое новое вещество находит (и должно находить) себе место лишь среди этих 32 классов.

Пользуясь установленными выше правилами, мы можем теперь вывести возможные 32 класса кристаллов: один из них является асимметрическим и может быть обозначен через 0, остальные возможности сводятся к следующему.

1. Возможны кристаллы, в которых имеется только сложная симметрия; такие кристаллы группируются в три класса:

- 1) кристаллы с одной двойной осью сложной симметрии (I^2),
- 2) кристаллы с одной четверной осью сложной симметрии (I^4),
- 3) кристаллы с одной шестерной осью сложной симметрии (I^6).

2. Мыслимы—и можно доказать их реальное существование—кристаллы, в которых симметрия исчерпывается одной простой симметрией. Соответственно возможным в кристаллических многогранниках осям симметрии— L^2 , L^3 , L^4 , L^6 —получается четыре класса:

- 1) кристаллы с одной двойной осью симметрии,
- 2) кристаллы с одной тройной осью симметрии,
- 3) кристаллы с одной четверной осью симметрии,
- 4) кристаллы с одной шестерной осью симметрии.

3. Из закона симметрии выведено нами, что возможны кристаллы, в которых, кроме одной из четырех перечисленных осей симметрии, имеются в плоскости, к ней перпендикулярной, двойные оси симметрии; число этих последних определяется наименованием перпендикулярной к ним единственной оси; получаются следующие классы:

а) кристаллы с одной двойной осью и с двумя другими двойными осями, лежащими в плоскости, перпендикулярной к первой;

б) кристаллы с одной тройной осью и с тремя двойными в плоскости, к ней перпендикулярной;

в) кристаллы с одной четверной осью и с четырьмя двойными в плоскости, к ней перпендикулярной;

г) кристаллы с одной шестерной осью и с шестью двойными осями в плоскости, к ней перпендикулярной.

4. В кристаллах возможно и одновременное присутствие нескольких осей симметрии высшего наименований; мы видели выше, что это возможно только в двух комбинациях:

1) Несколько тройных осей—и тогда их непременно четыре и с ними сопряжены три двойные оси, т. е., $4L^3, 3L^2$;

2) Несколько четверных осей: их непременно три и с ними сопряжены четыре оси тройных и шесть осей двойных, т. е., $4L^3, 3L^4, 6L^2$.

Никаких других классов симметрии, в которых симметрия исчерпывается осями, не существует.

5. Кристаллы, в которых симметрия исчерпывается плоскостями симметрии, возможны только в том случае, если в них всего одна плоскость симметрии.

Все остальные классы представляют сочетание осей и плоскостей симметрии.

6. Четыре класса симметрии получаются из комбинаций одной единственной плоскости и оси симметрии; ось и плоскость в таком случае, как мы уже знаем, взаимно перпендикулярны. Таких классов возможно четыре:

а) кристаллы с одной двойной осью симметрии и перпендикулярной к ней плоскостью симметрии;

б) кристаллы с одной тройной осью и перпендикулярной к ней плоскостью симметрии;

в) кристаллы с одной четверной осью и перпендикулярной к ней плоскостью симметрии;

г) кристаллы с одной шестерной осью и перпендикулярной к ней плоскостью симметрии.

7. Если плоскость симметрии не перпендикулярна к оси, а проходит через нее, то в этой единственной оси симметрии пересекается непременно столько плоскостей симметрии, сколько единиц в наименовании оси.

Таких классов, очевидно, существует четыре:

а) кристаллы с одной двойной осью симметрии и двумя пересекающимися в ней плоскостями симметрии;

б) кристаллы с одной тройной осью симметрии и тремя пересекающимися в ней плоскостями симметрии;

- с) кристаллы с одной четверной осью симметрии и четырьмя пересекающимися в ней плоскостями симметрии;
- д) кристаллы с одной шестерной осью симметрии и шестью пересекающимися в ней плоскостями симметрии.

8. Следующую группу классов симметрии составляют те кристаллы, в которых встречаются одновременно те элементы симметрии, которые в отдельных группировках 3-й, 6-й и 7-й образуют классы, сгруппированные под рубриками *a*, *b*, *c*, *d*.

- а) одна двойная ось и перпендикулярная к ней плоскость симметрии, две двойные оси, лежащие в этой плоскости, и две плоскости симметрии, пересекающиеся в первой оси;
- б) одна тройная ось и перпендикулярная к ней плоскость симметрии, три двойные оси, лежащие в этой плоскости, и три плоскости симметрии, пересекающиеся в первой оси;
- в) одна ось четверная и перпендикулярная к ней плоскость симметрии, четыре двойные оси, лежащие в этой плоскости, и четыре плоскости симметрии, в ней пересекающиеся;
- д) одна ось шестерная и перпендикулярная к ней плоскость симметрии, шесть двойных осей, лежащих в этой плоскости, и шесть плоскостей симметрии, пересекающихся в первой оси.

9. Мы рассматривали до сих пор случаи сочетания осей простой симметрии с плоскостями. Далее следует сочетание осей сложной симметрии с плоскостями простой симметрии с двумя возможными здесь комбинациями:

- а) кристаллы с одной четверной осью сложной симметрии, двумя пересекающимися в ней плоскостями симметрии и двумя двойными осями простой симметрии, лежащими в плоскости, перпендикулярной к оси сложной симметрии, и чередующимися с направлениями плоскостей симметрии;
- б) кристаллы с одной шестерной осью сложной симметрии, тремя двойными осями простой симметрии и тремя плоскостями симметрии, расположенными относительно осей так, как и в предыдущем случае.

10. Последняя группа классов симметрии обнимает те, которые получатся, если к указанным выше комбинациям с несколькими осями симметрии высшего наименования присоединить еще плоскости симметрии. Таких классов возможно три:

- а) к группе $4L^3, 3L^2$ могут присоединиться три плоскости симметрии;
- б) к этой же группе могут присоединиться шесть плоскостей симметрии;
- в) к группе $4L^3, 3L^4, 6L^2$ присоединяются девять плоскостей симметрии.

Сведя все вышеуказанное в таблицу, получим следующую группировку возможных 32 классов симметрии (включая сюда и асимметрический класс:

I. Кристаллы асимметрические:

1. 0

II. Кристаллы с осями сложной симметрии:

2. I^2 .—3. I^4 .—4. I^6 .

III. Кристаллы с осями простой симметрии:

5. L^2 .—6. L^3 .—7. L^4 .—8. L^6 .—9. L^2 , $2L_2$.—10. L^3 , $3L_3$.—11. L^4 , $4L_4$.—12. L^6 , $6L^2$.—13. $4L^3$, $3L^2$.—14. $4L^3$, $3L^4$, $6L^2$.

IV. Кристаллы с плоскостью симметрии:

15. P .

V. Кристаллы с осями сложной симметрии, с осями и плоскостями простой симметрии:

16. l^4 , $2L^2$, $2P$.—17. l^6 , $3L^2$, $3P$.

VI. Кристаллы с осями и плоскостями простой симметрии:

18. L^2 , P .—19. L^3 , P .—20. L^4 , P .—21. L^6 , P .—22. L^2 , $2P$.—23. L^3 , $3P$.—24. L^4 , $4P$.—25. L^6 , $6P$.—26. L^2 , $2L^2$, $2P$, P .—27. L^3 , $3L^2$, $3P$, P .—28. L^4 , $4L^2$, $4P$, P .—29. L^6 , $6L^2$, $6P$, P .

VII. Кристаллы с несколькими осями высшего наименования и с плоскостями симметрии:

30. $4L^3$, $3L^2$, $3P$.—31. $4L^3$, $3L^2$, $6P$.—32. $4L^3$, $3L^4$, $6L^2$, $6P$, $3P$.

Задачи для упражнения ¹⁾.

1. Какие элементы симметрии на данном кристалле?
2. К какому классу принадлежит данный кристалл?
3. К какой системе следует отнести данный кристалл?
4. Какие возможны классы симметрии с одной четверной осью простой симметрии (тройной, шестерной).
5. Какие возможны классы симметрии с несколькими осями симметрии высшего наименования?
6. Какие возможны классы только с осями простой симметрии (без плоскостей симметрии)?
7. Сколько граней должно быть у фигуры $\{hkl\}$, если у нее имеются следующие элементы симметрии: 3 L^4 , 4 L^3 , 6 L^2 ?

Тоже, если $3L^2$, $4L^3$ и $6P$?

" " L^6 и $6L^2$?

" " L^6 , $6L^2$, $6P$, P и C ?

" " l^2 ?

¹⁾ См. указания и таблицу в конце книги.

Г Л А В А 7-ая.

§ 13. Классификация кристаллов.

На основании всего, что выше было сказано о симметрии кристаллов и о кристаллических осях, мы приходим к следующей классификации кристаллов.

Все кристаллы одинаковой степени симметрии соединяются в один класс; таких классов всего 32: один асимметрический и 31 различной степени симметрии.

Таким образом, классом кристаллов мы называем совокупность кристаллов одинаковой степени симметрии.

Обозревая 32 класса кристаллов, мы констатируем, что у некоторых из них имеются общие элементы симметрии, которые отличают их от всех остальных классов. Такие классы с общими элементами симметрии мы соединяем в системы. Систем всего 6 (или 7, если тригональную отделить от гексагональной). Таким образом, система—это совокупность нескольких классов, имеющих какие-нибудь характерные общие элементы симметрии. Кристаллы, входящие в состав одной и той же системы, имеют еще и другой общий признак, а именно то, что они могут быть отнесены к одному и тому же типу координатных осей.

Системы, в свою очередь, соединяются в три группы:

1.—Кристаллы с несколькими осями высшего наименования и с тремя главными осями, т. е., с тремя осями изотропности $3L^4$ или $3L^2$.

Кубическая система.

2. Кристаллы с одной главной осью, т. е., с одной осью высшего порядка, которая и является единственной осью изотропности.

Гексагональная и тригональная система.

Тетрагональная система.

3.—Системы без главных осей, т. е., без осей симметрии высшего наименования и без осей изотропности.

Ромбическая система.

Моноклиническая система.

Триклиническая система.

Из приведенного обзора видно, что кристаллы можно группировать тройным образом: в классы, в системы и в группы. Каждая из этих группировок имеет свое значение и приобретает особый смысл, если ее рассматривать не только как классификацию кристаллов по геометрическим признакам, а связывать с физическими свойствами кристаллов. Так, класс есть совокупность кристаллов одинаковой степени симметрии, и есть такие физические свойства, как явления сцепления, полярные электрические явления, возбуждаемые изменениями температуры или механическими воздействиями (пироэлектричество и пьезоэлектричество), явления роста, которые строго соответствуют по своей симметрии геометрической симметрии класса и могут служить для его распознавания. Система—это совокупность нескольких классов, объединяемых какими-нибудь общими элементами симметрии и общностью кристаллических осей. Наконец, под группой мы понимаем совокупность нескольких систем, объединяемых на основании, так наз., главных осей симметрии; эти последние являются вместе с тем и направлениями изотропности для тех физических свойств, которые выражаются законом эллипсоида (распространение света,

теплопроводность, электропроводность, термическое расширение, диэлектрическая поляризация, магнитная индукция).

Итак, все кристаллы могут быть сгруппированы таким образом:

А. Группа кристаллов без главных осей.

I. Триклиническая система. Кристаллические оси: $a : b : c$.
Углы между осями: α, β, γ .

1. Класс педиона, $O\Sigma$.
2. Класс пинакоида, I^2 .

II. Моноклиническая система. Кристаллические оси: $a : b : c$.
Углы между осями: $\alpha = \gamma = 90^\circ, \beta$.

3. Класс доматический, P .
4. Класс сфеноидальный, L^2 .
5. Класс призматический, L^2, P .

III. Ромбическая система. Кристаллические оси: $a : b : c$.
Углы между осями: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$.

6. Кл. ромбо-сфеноидальный, $3 L^2$.
7. Кл. ромбической пирамиды, $L^2, 2 P$.
8. Кл. ромбической бипирамиды, $3 L^2, 3 P$.

В. Группа кристаллов с одной главной осью.

IV. Тригональная система. Кристаллические оси: $a : a : a : c$.
Углы осей: $\alpha = 90^\circ, \gamma_1 = \gamma_{11} = \gamma_{111} = 60^\circ$.

9. Кл. тригональной пирамиды, L^3 .
10. Кл. тригонального трапецоэдра, $L^3, 3 L^2$.
11. Кл. тригональной бипирамиды, L^3, P .
12. Кл. дитригональной пирамиды, $L^3, 3 P$.
13. Кл. дитригональной бипирамиды, $L^3, 3 L^2, P^1, 3 P$.

V. Тетрагональная система. Кристаллические оси: $a : a : c$.
Углы между осями: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$.

14. Кл. тетрагонального бисфеноида, I^4 .
15. Кл. тетрагонального скаленоэдра, $I^4, 2 L^2, 2 P^1$.
16. Кл. тетрагонального трапецоэдра, $L^4, 4 L^2$.
17. Кл. тетрагональной пирамиды, L^4 .
18. Кл. тетрагональной бипирамиды, L^4, P .
19. Кл. дитетрагональной пирамиды, $L^4, 4 P$.
20. Кл. дитетрагональной бипирамиды, $L^4, 4 L^2, P^1, 4 C$.

VI. Гексагональная система. Кристаллические оси: $a : a : a : c$.
Углы между осями: $\alpha = 90^\circ; \gamma_1 = \gamma_{11} = \gamma_{111} = 60^\circ$.

21. Кл. гексагонального ромбоэдра, I^6 .
22. Кл. гексагонального скаленоэдра, $I^6, 3 L^2, 3 P^1$.
23. Кл. гексагонального трапецоэдра, $L^6, 6 L^2$.
24. Кл. гексагональной пирамиды, L^6 .

25. Кл. гексагональной бипирамиды, L^6, P .
 26. Кл. дигексагональной пирамиды, $L^6, 6 P$.
 27. Кл. дигексагональной бипирамиды, $L^6, 6 L^2, P^1, 6 P$.

С. Группа кристаллов с тремя главными осями.

VII. Кубическая система. Кристаллические оси: $a : a : a$.
 Углы между осями: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$.

28. Кл. тетраэдра, $3 L^2, 4 L^3$.
 29. Кл. тетраэдра, $3 L^2, 4 L^3, 6 P^1$.
 30. Кл. пентагонального додекаэдра, $3 L^2, 4 L^3, 3 P$.
 31. Кл. гироэдра, $3 L^4, 4 L^3, 6 L^2$.
 32. Кл. сорокавосьмигранника, $3 L^4, 4 L^3, 6 L^2, 3 P, 6 P^1$.

Г Л А В А 8-ая.

§ 14. Мероэдрия.

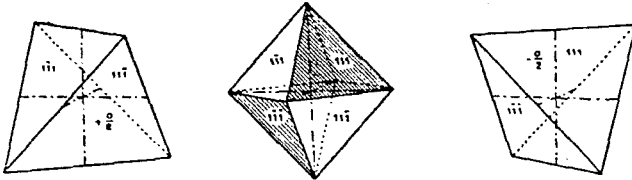
Каждая кристаллическая система представляет совокупность нескольких классов различной степени симметрий. Один из этих классов обладает наивысшей симметрией, возможной в пределах данной системы; а чем выше степень симметрии фигуры, тем больше, при прочих равных условиях, будет в ней одинаковых граней. Так, напр., если мы остановимся на наиболее общей простой форме $\{hkl\}$, имеющей три конечных, но различных по длине параметра, и будем рассматривать эту фигуру в двух различных классах какой-нибудь системы, то в наиболее симметричном классе число граней у этой фигуры будет больше. На этом основании класс наивысшей в данной системе симметрии называют полногранным, или голоэдрическим, и входящие в его состав фигуры полногранными, или голоэдрическими, все же остальные классы данной системы и слагающие их фигуры, по сравнению с полногранными, или голоэдрическими — неполногранными, или мероэдрическими. Эти термины станут еще более понятными, если из рассмотрения мероэдрических и полногранных фигур мы убедимся, что неполногранные фигуры состоят из тех же граней, что и соответственные полногранные, но заключают меньшее число граней¹⁾. Так, напр., форма $\{hkl\}$ в разных классах кубической системы образована различным числом граней (48, 24, 12), но из числа тех же, которые входят в состав формы полногранной.

Мало того, соотношение между числом граней мероэдрической и соответственной полногранной формы оказывается не случайным и произвольным, а числом граней неполногранной формы всегда равно половине, одной четверти (т. е. половине половины) или одной восьмой числа граней полногранной фигуры. Такое уменьшение числа граней при переходе полногранной фигуры в неполногранную вдвое, дальнейшее уменьшение вдвое при переходе неполногранной в еще более неполногранную, менее симметричную, может быть понято из следующего соотношения. Вывод менее симметричных классов данной системы из класса полногранного может быть сведен к уменьшению числа плоскостей симметрии

¹⁾ Под соответственными здесь разумеются фигуры одного символа, напр., полногранные и неполногранные фигуры символа $\{hkl\}$, или символа $\{hko\}$, или $\{111\}$ и т. д.

или даже к полному их исчезновению, а исчезновение плоскости симметрии влечет за собою уменьшение числа граней вдвое. Первая степень неполногранности, которая получается при сокращении числа граней в два раза, называется г е м и э д р и е й (т. е., случай половинного числа граней); следующая степень неполногранности будет г е м и э д р и е й от г е м и э д р и и, т. е., по отношению к исходной полногранной фигуре т е т а р т о э д р и е й, наконец, следующая ступень, т. е., г е м и э д р и я от т е т а р т о э д р и и, будет по отношению к полногранной фигуре о г д о э д р и е й.

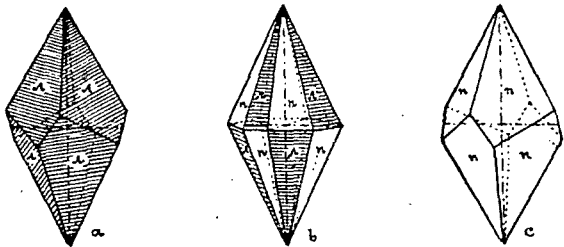
На этих соотношениях основан тот часто употребляемый прием вывода г е м и э д р и ч е с к и х и т е т а р т о э д р и ч е с к и х фигур из полногранных, который можно уяснить себе на следующих примерах.



Фиг. 58. Полногранный октаэдр и две получающиеся из него г е м и э д р и ч е с к и е фигуры—тетраэдры.

Возьмем восьмигранную бипирамиду и предположим, что в ней исчезает горизонтальная плоскость симметрии; тогда верхняя и нижняя части бипирамиды сделаются самостоятельными фигурами—четырегранными пирамидами, которые будут являться в комбинациях самостоятельно, независимо друг от друга. Само собою разумеется, что не исключена возможность и одновременного присутствия обеих пирамид; и если они имеют одинаковые параметры, получается фигура по внешнему виду, неотличимая от полногранной бипирамиды, хотя она и является комбинацией двух г е м и э д р и ч е с к и х пирамид. В этом случае истинную симметрию кристалла, которая меньше внешней, кажущейся, может открыть лишь исследование некоторых физических свойств.

Или возьмем октаэдр кубической системы; если в нем исчезнут плоскости симметрии, параллельные граням октаэдра, а вместе с тем и центр симметрии, то останутся лишь попеременно лежащие грани, которые, разрастаясь до взаимного соприкосновения, дадут новую фигуру—тетраэдр, представляющую лишь половину граней октаэдра.



Фиг. 59. Полногранная фигура (b)—дигексагональная бипирамида и полученные из нее две неполногранные (a) и (c)—трапецоэдры.

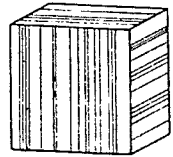
На фиг. 58 представлен октаэдр, из которого получаются два тетраэдра—один из заштрихованных граней, а другой из белых, а на фиг. 59 аналогичный случай получения двух неполногранных фигур, трапецоэдров,—из дигексагональной бипирамиды.

Каждая полногранная форма дает две одинаковые неполногранные фигуры, которые являются совершенно самостоятельными и могут встречаться в комбинациях независимо друг от друга. Но это, конечно, не исключает возможности и совместного их нахождения в комбинации; если, при этом, обе фигуры одинаково развиты, то из их сочетания получается та полногранная фигура, половинами которой являются две упомянутые г е м и э д р и ч е с к и е фигуры, как напр., изображенный на фиг. 58

октаэдр, который является не октаэдром, а комбинацией двух тетраэдров одинаковых размеров.

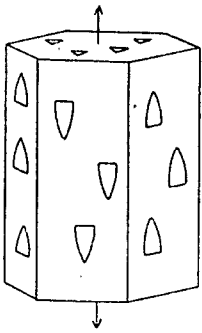
Само собою разумеется, что неполногранные фигуры возникают при образовании кристаллов так же самостоятельно, как и полногранные, представляя такой же самостоятельный случай равновесия кристаллического тела. Приведенный выше прием вывода неполногранных фигур из полногранных имеет лишь известное мнемотехническое значение, облегчающее запоминание взаимных отношений фигур различной симметрии в пределах одной и той же системы.

В противоположность случаям, описанным выше, далеко не всегда фигуры какого-либо данного символа имеют в неполногранных классах меньше граней, чем в классах голоэдрических. Скорее даже, наоборот, большинство фигур гемиэдрических классов тождественно по своему ограничению с соответственными фигурами голоэдрическими. Так, напр., куб $\{100\}$ остается кубом во всех классах кубической системы. Общности ради мы также и эти фигуры гемиэдрических классов, сходные по своей внешности с полногранными, зовем неполногранными: гемиэдрическими, тетраэдрическими, огдоэдрическими. Для отличия их (а равно и упомянутых выше псевдоголоэдрических комбинаций наподобие фиг. 58) от фактических полногранных служат нам, во-первых, комбинации их с формами, заведомо гемиэдрическими, во-вторых, те физические свойства, симметрия которых строго отвечает симметрии класса.



Фиг. 60. Мероэдрический куб, как видно по штриховке на гранях, показывающей, что симметрия по плоскостям куба отсутствует.

Первым из указанных признаков мы можем пользоваться потому, что, как следует из учения о симметрии и о структуре кристаллов, комбинироваться между собою могут только простые формы одного класса симметрии. Из признаков физических мы можем сослаться, прежде всего, на штриховку на гранях кристалла. На фиг. 60 представлена штриховка на гранях куба у минерала пирита, $Fe S^2$. Она ясно обнаруживает, что у этой фигуры нет плоскостей симметрии параллельно граням куба, т. е., что она представляет собою куб неполногранный по своему физическому строению, хотя и полногранный по геометрической форме. Существование таких кристаллов пирита, на которых имеется комбинация куба с гемиэдрическим пентагональным додекаэдром (фиг. 99 и 100), подтверждает этот вывод.



Фиг. 61. Фигуры вытравления на гранях гексагонального кристалла.

Добрые услуги оказывают нам, далее, фигуры вытравления, затем—пирозлектричество. На фиг. 61 изображены фигуры вытравления на гранях гексагонального кристалла. Они показывают совершенно определенно, что истинная симметрия здесь гораздо меньше кажущейся внешней; отсутствуют, напр., вертикальные плоскости симметрии, проходящие через L^6 .

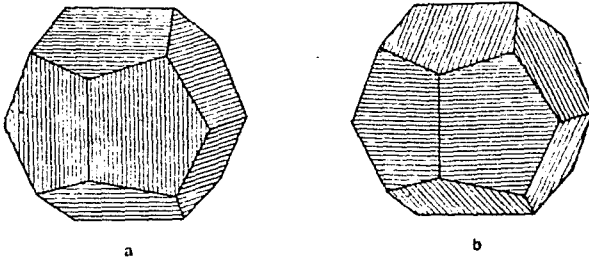
Типы гемиэдрией сводятся к следующему.

1. Параморфизм: обе гемиэдрические фигуры, получающиеся из полногранной, вполне тождественны и совместимы и различаются лишь в комбинациях; их условно называют положительной и отрицательной фигурами (фиг. 62).

2. Энантиоморфизм: обе гемиедрические фигуры несовместимы; они являются в виде левой и правой фигуры. Кристаллы этих классов обладают способностью вращения плоскости поляризации (фиг. 63).

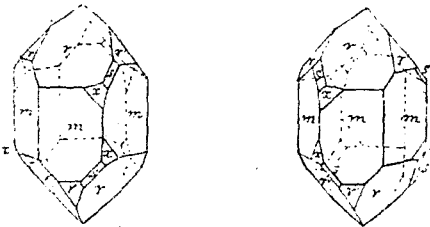
3. Гемиморфизм: есть такие направления, которые обладают полярностью, т. е., на двух концах некоторых из кристаллических осей сидят неодинаковые элементы ограничения. Характерной особенностью этих кристаллов является полярное пирозлектричество (фиг. 64).

Кристалл может быть одновременно и энантиоморфен, и гемиморфен, как, напр. кварц, (фиг. 63). Полярны у него горизонтальные оси.



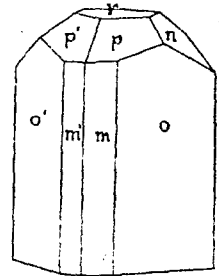
Фиг. 62. Две совместимые гемиедрические фигуры.

различающиеся тем, что у одной число граней равно половине или четверти числа граней другой. Было вполне естественно искать связи между такими простыми формами; эту связь можно усмотреть или в том, что гемиедрическая форма получается из полногранной („голоэдрической“) так, что у нее по определенному закону исчезает половина граней, или так, что у нее отнимают известные элементы симметрии, что и влечет за собою уменьшение, и притом вполне закономерное, числа граней. Можно идти и обратным порядком, т. е., выводить голоэдрические формы из неполногранных, представляя себе правильное сочетание с параллельными кристаллическими осями



Фиг. 63. Две энантиоморфные, несовместимые, гемиедрические фигуры.

Основанием и, так сказать, оправданием учения о неполногранности, или „мероэдрии“ (т. е. гемиедрии, тетартоэдрии и т. д.) является тот факт, что существуют простые формы, принадлежащие к одной и той же системе, обладающие одними и теми же индексами (одинаковыми параметрами), но



Фиг. 64. Гемиморфная неполногранная фигура.

двух одинаковых неполногранных форм различного положения, или присоединяя к ним известные новые элементы симметрии, которые требуют закономерного увеличения равнозначных граней. Вывод более сложных форм с более высокой симметрией путем сочетания менее симметричных неполногранных представляет полную аналогию с миметическим и псевдосимметрическим двойниковым образованием: и тут, и здесь получается фигура более высокой степени симметрии, чем слагающие ее неделимые, однако, фигура однородная только в геометрическом, но не в физическом отношении. Со временем учение о миметизме

в связи с выводом полногранных форм путем сочетания неполногранных, без сомнения, придаст стройность и единство учению о систематике и структуре кристаллических многогранников. Весьма вероятно, что при помощи этих двух приемов можно будет вывести все остальные классы из простейшего случая, соответствующего асимметрическому многограннику, т. е., классу педиона. Все остальные классы кристаллов можно будет рассматривать как все более усложняющееся сочетание многогранников, построенных из двух или нескольких простейших многогранников асимметрического класса; и тогда все кристаллические молекулы, обладающие известной степенью симметрии, будут миметическими образованиями.

Можно, конечно, рассматривать каждый класс как нечто самостоятельное. Но понятие о мероэдри имеет мнемотехническое значение, облегчающее запоминание взаимоотношений различных классов, входящих в состав данной системы.

Задачи для упражнения.

1. Каким полногранным фигурам принадлежит в разных системах символ $\{hkl\}$?
2. Проследить по полногранным классам всех систем фигуры $\{110\}$. То же фигуры $\{111\}$ и т. д.
3. Какие возможны мероэдри для полногранного класса $4 L^3, 3 L^1, 6 L^2, 3 P, 6 P', C?$. То же $L^4, 4 L^2, 4 P, P'?$

Г. Л А В А 9-я.

§ 15. Измерение кристаллов.

Как неоднократно указывалось выше, главнейшей геометрической частью кристалла являются его двугранные углы. Для каждой простой формы и для каждой комбинации величина двугранных углов является величиной постоянной (при данной температуре). Вместе с тем двугранные углы являются той исходной величиной, на основании которой вычисляются длина кристаллических осей, углы между осями и параметры. Отсюда ясно вытекает все значение двугранных углов для геометрического исследования кристаллов и вся важность той операции, которая называется измерением углов.

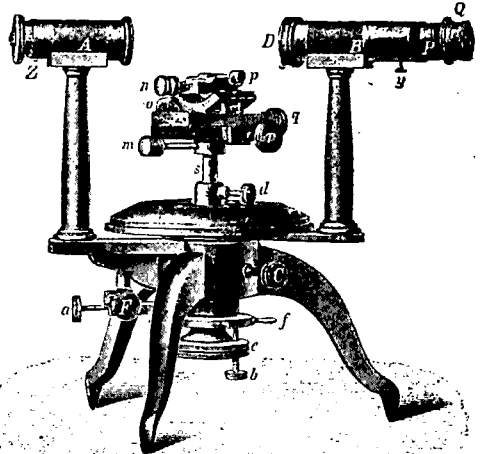
Гониометры—инструменты, при помощи которых измеряются двугранные углы кристаллов—распадаются на два типа: прикасательные гониометры и гониометры отражательные, или оптические.

Типом прикасательного гониометра может служить гониометр Каранжо, изображенный на фиг. 65. Существуют разные видоизменения и усовершенствования прикасательного гониометра; неизменным общим признаком этих инструментов является то, что измерение производится путем непосредственного механического контакта плоскостей двугранного угла и измерительных частей инструмента; другим общим признаком измерения при помощи прикасательного гониометра является то, что измеряется внутренний угол между плоскостями, т. е., самый наклон двух граней друг к другу. Измерение производится так. Грани кристалла, взаимный наклон которых желают измерить, помещают между

нями, и так как именно углы нормалей употребляются обыкновенно при проектировании и вычислении кристаллов, то часто они и приводятся при описаниях кристаллов вместо внутренних двугранных углов.

На фиг. 67 представлен внешний вид одного из употребительных отражательных гониометров (Фуэсса № IVa). Существенные части его

следующие: 1) Коллиматор *A*; он служит для отбрасывания на кристалл пучка света, проходящего через узкую щель в коллиматоре. 2) Зрительная труба *B* для наблюдения сигнала (изображения щели коллиматора) от грани; при помощи лупы *D* она превращается в слабый микроскоп для наблюдения самого кристалла. 3) Кристаллоносец на вращающейся оси *s*; он состоит из столика *p*, на котором воском прикрепляется кристалл, центрирующего аппарата — системы двух взаимно перпендикулярных плоских салазок с винтами *q* и *r*, для приведения ребра кристалла в центр вращения лимба, и юстирующего аппарата из двух цилиндрических салазок с винтами *n* и *o*, вращающих кристалл вокруг горизонтальных осей и приводящих ребро в положение, точно перпендикулярное плоскости лимба. 4) Лимб с делениями на градусы для точных отсчетов углов поворота кристалла. (Подробности можно найти у Шевалье. Упражнения по кристаллографии, перев. Левинсона-Лессинга и Култашева, или в Физической кристаллографии Грота).



Фиг. 67. Отражательный гониометр. *A*—коллиматор с сигнальной щелью, *B*—зрительная труба. *p*—столик, на котором прикрепляется кристалл.

§ 16. Стереографическая проекция кристаллов.

Проекцией кристалла называется условное изображение граней и их взаимного наклона на плоскости при посредстве линий или точек.

Наиболее употребительна в настоящее время стереографическая проекция, являющаяся одним из видов сферических проекций. Грани обозначаются точками, которые называются полюсами. Получается стереографическая проекция следующим образом. Опишем вокруг кристалла из его центра произвольным радиусом шаровую поверхность (фиг. 68). Если мы из центра кристалла, а следовательно и сферы, опустим на грани кристалла нормали и продолжим их до пересечения со сферой, то точки пересечения этих нормалей со сферой и будут полюсами граней. Таким путем можно в виде полюсов перенести все грани на сферу. Все полюсы тавтозональных граней располагаются при этом на одной и той же дуге большого круга, и отрезки дуги между полюсами отвечают полярным двугранным углам между гранями. Остается теперь со сферы перенести полюсы и дуги на плоскость. За плоскость

плоскости малого круга, перпендикулярного бумаге. Если соединить все точки этого круга с D , то получается косою конус с образующими KD и с осью DI . Так как KK —круг, то очевидно, что сечение конуса, перпендикулярное DI , основание конуса, будет эллипсом (оси эллипса: $K\pi$ и перпендикуляр к бумаге, проходящий через DI). Получается, таким образом, прямой конус с эллиптическим основанием, обладающий двумя плоскостями симметрии, проходящими через ось конуса и оси эллипса. Одна из этих плоскостей симметрии перпендикулярна бумаге. Проведем плоскость K_1K_2 , параллельную KK . По свойству конуса она будет также кругом. Если бы удалось доказать, что угол $\pi_1 = \text{углу } K_1$, то, в силу симметрии по плоскости DI , была бы кругом также и π_2 . Доказать это крайне просто: $\angle K_1 = \angle K$; $\angle \pi_1 = \angle C$. Но $\angle K$ опирается на дугу $90^\circ + KC$, а $\angle C$ —на дугу $90^\circ + DE$. Так как $KC = DE$, то $\angle K = \angle C$ и, следовательно, $\angle K_1 = \angle \pi_1$.

Вообще говоря, безразлично, какую плоскость принимать за плоскость стереографической проекции; в интересах удобства и наглядности за плоскость проекции принимают обыкновенно плоскость, перпендикулярную к какой-нибудь важной зоне кристалла, так как тогда полюсы граней этой зоны располагаются по окружности проекции и яснее выступают особенности симметрии кристалла. Так, напр., в кубическом кристалле за плоскость проекции выгоднее всего принимать плоскость куба, в гексагональной и квадратной—базопинакоида, в остальных—плоскость одного из пинакоидов, параллельных плоскости кристаллических осей, или же плоскость, перпендикулярную призматической зоне.

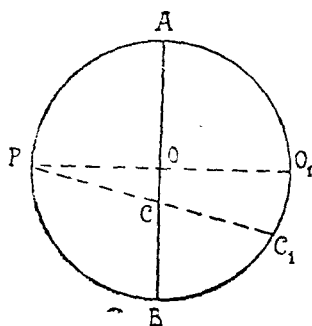
Стереографической проекцией удобно пользоваться, во-первых, для наглядного изображения элементов симметрии и их распределения в данном кристалле, во-вторых—для вычисления кристаллов.

В первом случае изображают в проекции весь кристалл целиком. При нанесении полюсов граней верхней половины кристалла пользуются нижним полюсом сферы в качестве точки зрения проекции; самые полюсы отмечаются крестиками. Нижняя половина кристалла проектируется, наоборот, при помощи верхнего полюса сферы; полюсы граней нижней половины отмечаются кружками. Место выхода двойной оси обозначается эллипсом, тройной—треугольником, четверной—квадратом и шестерной—шестиугольником. Значки эти зачернены в случае простой симметрии и оставляются белыми в случае симметрии сложной. Плоскости симметрии изображаются сплошными линиями (прямыми или дугами круга). Ниже, в отделе систематики, описание каждого класса кристаллов сопровождается проекцией его элементов симметрии и граней наиболее общей его формы, символа $\{hkl\}$. См., напр., фиг. 106, 85 и пр.

Во втором случае, в обиходе вычислительной кристаллографии, в противоположность только что описанному, проектируется не весь кристалл, а только одна верхняя его половина. Когда нижняя его половина тождественна с верхней, как в большинстве кристаллов, то этим дело проектирования и кончается. Когда, напротив того, кристалл гемиморфен и нижняя половина его состоит из простых форм, самостоятельных от форм верхних, то для этой последней дается и самостоятельная, вторая проекция. При полюсах граней ставятся обыкновенно в вычислительной кристаллографии символы граней из индексов по Мюллеру. Пример стереографической проекции комбинации куба $\{100\}$, октаэдра $\{111\}$ и ромбического додекаэдра $\{110\}$ кубической системы дан на фиг. 70—70а.

При черчении стереографической проекции и при употреблении ее для вычислительных целей приходится решать следующие важнейшие задачи.

Задача 1-ая. Измерить в градусах отрезок вертикальной дуги—диаметра на плоскости проекции. На фиг. 71 пусть этот отрезок OC .

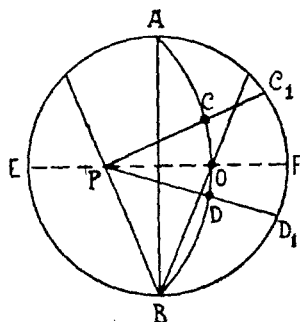


Фиг. 71.

Вращаем сферу вокруг диаметра AB на 90° , пока, следовательно, полюс проекции не переместится в P . Тогда плоскость проекции станет перпендикулярно бумаге— AB . OC в наших новых условиях будет проекцией дуги O_1C_1 . Перефразируем это в правило. Для измерения отрезка OC на диаметре AB соединяем полюс этого диаметра P (точку, отстоящую на 90° от всех точек диаметра, т. е., конец другого диаметра, перпендикулярного к AB) с O и с C и продолжаем соединительные линии до окружности основного круга проекции. Отрезок O_1C_1 выразит в градусах дугу OC .

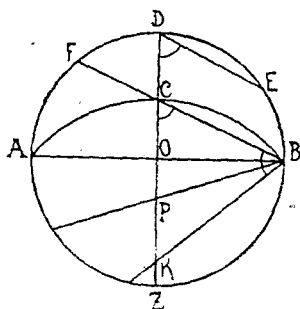
Задача 2-я. Выразить в градусах отрезок наклонной дуги. На фиг. 72 этот отрезок пусть CD . Задача и ее решение аналогичны задаче и решению

1. Находим полюс дуги AOB . Этот полюс, P , должен находиться от всех точек AOB на 90° , следовательно лежать на диаметре EF , перпендикулярном AB , на расстоянии 90° от точки O . Нахождение P сводится, таким образом, к отложению отрезка $OP=90^\circ$ на EF (при помощи полюса EF , лежащего в точке B). Когда же P найден, то соединяем его с C и D , продолжаем прямые PC и PD до окружности и читаем здесь в градусах дугу C_1D_1 , проекцией которой на плоскость AOB при помощи полюса P является CD . Сколько градусов в C_1D_1 , столько градусов и в CD .



Фиг. 72.

Задача 3-я. Провести дугу через три точки, из которых две находятся на концах диаметра, а третья—на диаметре, перпендикулярном предыдущему. На фиг. 73 это точки A , B и C . Непосредственно из чертежа видно, что, если центр искомой дуги содержится в K ,



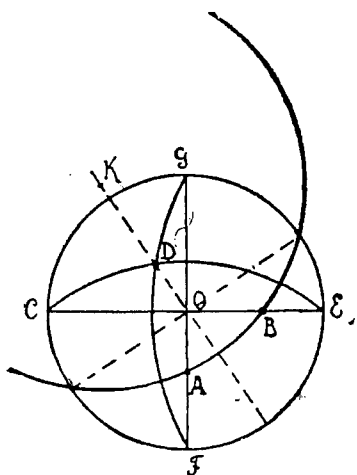
Фиг. 73.

то $KC=KB$ и, следовательно, угол $KBC=$ углу $KCB=$ углу CDE . Последний угол, CDE , опирается на дугу $(90^\circ + EB) = (90^\circ + DC)$. Это потому, что DC есть проекция на диаметр DL дуги FD , равной EB . А отсюда следует, что и дуга, на которую опирается угол KBC , FK или, что то же, ее проекция $CK = (90^\circ + DC)$. Если в P мы будем иметь полюс дуги ACB , то $CP=90^\circ$, а $PK=DC$. Так как, в то же время, $DC=OP$ (ибо $DC=90^\circ - OC$ и $OP=90^\circ - OC$), то $OK=2 OP$. Правило: для нахождения K , центра искомой дуги ACB , откладываем на диаметре DL от центра основного круга проекции O двойное полюсное расстояние OP .

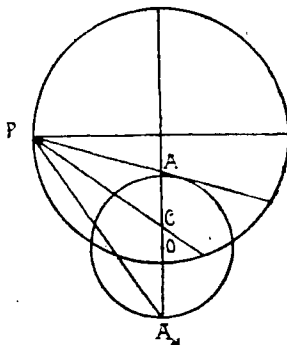
Задача 4-ая. Провести дугу большого круга через две произвольных точки на плоскости основного круга. Пусть эти две точки

A и B на фиг. 74. Полюс той дуги, которая проходит через них, очевидно, будет находиться на расстоянии 90° от каждой из них. Проводим дугу CDE , для которой полюсом служит точка A , и дугу FDG , для которой полюсом служит точка B . В пересечении этих двух дуг будет D —полюс искомой дуги, а в точке K , при $OK=2OD$ (в градусах, конечно!),—центр искомой дуги.

Задача 5-ая. Найти положение полюса грани, образующей с двумя известными гра-



Фиг. 74.

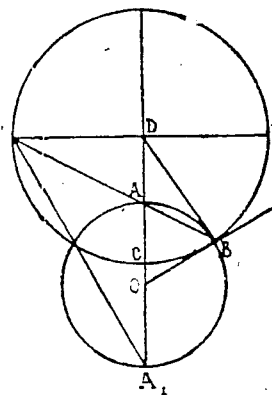


Фиг. 75.

нями измеренные на гониометре углы. Вокруг полюса первой известной грани и вокруг полюса второй известной грани проводим окружности малых кругов, отвечающих измеренным углам; в точке их пересечения и должен находиться искомый полюс. Все затруднение заключается здесь только в том, что полюсы известных нам граней являются проективными, а не геометрическими центрами указанных сейчас малых кругов. Пусть на фиг. 75 в C будет полюс одной из наших граней,—проективный центр, вокруг которого нужно построить дугу в n градусов. Проводим через C диаметр и откладываем на этом диаметре по n° от C , по ту и по другую сторону от этой последней. Получаем диаметр нашей малой окружности AA_1 и, разделив его пополам, описываем вокруг O радиусом OA , равным $\frac{AA_1}{2}$, самую окружность.

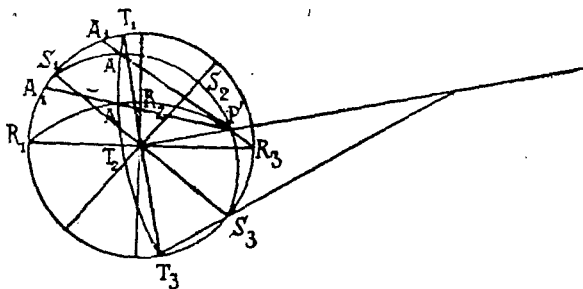
Проведение окружности малого круга вокруг данного полюса упрощается значительно в том случае, когда этот полюс лежит на окружности основного круга проекции: точка C на фиг. 76. Откладываем по окружности $CB=n^\circ$. Через B проводим касательную к окружности основного круга. В точке ее пересечения с продолжением диаметра, проходящего через C , будет находиться O . Что OB должна быть, действительно, касательной к основному кругу, видно из следующих соотношений.

$$\begin{aligned} \angle OBD &= \angle OBA + \angle ABD. \text{ Но:} \\ \angle OBA &= \angle OAB = \angle PAD \text{ и} \\ \angle ABD &= \angle APD. \text{ Следовательно:} \\ \angle OBD &= \angle PAD + \angle APD = 90^\circ. \end{aligned}$$



Фиг. 76.

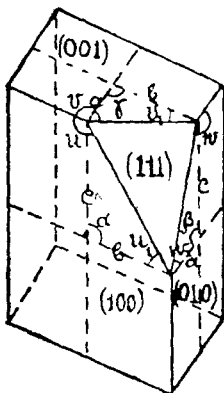
Задача 6-ая. Определить угол между двумя большими кругами (проекциями зон). На фиг. 77 эти круги: $S_1 S_2 S_3$ и $R_1 R_2 R_3$. Точка их пересечения в P . Принимая P за полюс, строим соответствующую ему дугу: $T_1 T_2 T_3$. AA на этой дуге измеряет искомый угол.



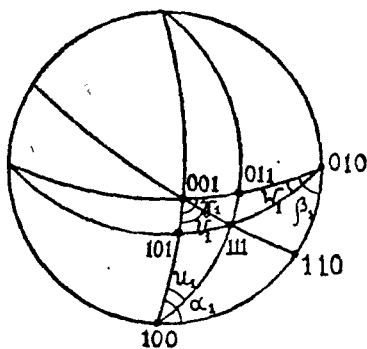
Фиг. 77.

§ 17. Вычисление кристаллов.

В наиболее общем случае—триклинических кристаллов—основную форму определяют следующие 5 элементов: α , β и γ —углы между кристаллическими осями, и $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{b}$ —длины этих осей или, иначе, параметры основной формы, при b , принимаемом условно за единицу. Для вычисления этих элементов необходимы, по крайней мере, четыре грани.



Фиг. 78а.



Фиг. 78b.

не параллельных между собою. Три из них принимаются за (001) , (100) и (010) , четвертая за (111) . Кристаллические оси параллельны тем ребрам, в которых пересекаются первые три грани. Отрезки, отсекаемые на этих осях гранью (111) , суть их длины: a , b и c .

На фиг. 78а представлена комбинация из четырех названных граней, на фиг. 78b—стереографическая проекция такой комбинации.

1. α —угол, образуемый ребрами $[100-001]$ и $[100-010]$ (фиг. 78а) На проекции фиг. 78b зона $[100-001]$ изображает собою геометрическое место перпендикуляров к ребру $[100-001]$ или, что то же, плоскость, перпендикулярную этому ребру. Точно так же зона $[100-010]$ пред-

ставляет собою геометрическое место перпендикуляров к ребру [100—010] или, иначе, плоскость, перпендикулярную ему. Угол между плоскостями— проекциями зон, α' , очевидно, есть дополнение до 180° к углу α .

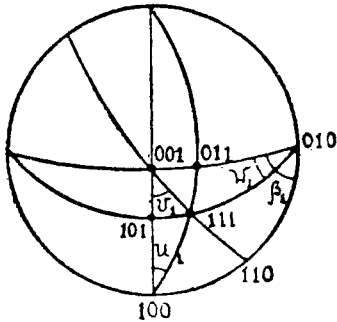
2. β —угол ребер [010—001] и [010—100] (фиг. 78а). На проекции фиг. 78b сферический угол [010—100]—[010—001]= β' = 180° — β .

3. γ —угол ребер [001—100] и [001—010] (фиг. 78а). На проекции фиг. 78b сферический угол [001—100]—[001—010]= γ' = 180° — γ .

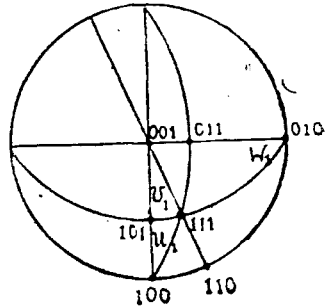
4. $\frac{a}{b}$. На (001) грань (111) вырезает ребро [001—111] (фиг. 78а), образующее с ребром [001—100] угол v . На проекции фиг. 78b сферический угол [001—111]—[001—100]= v_1 = 180° — v . Вместе с γ этого V , достаточно для нахождения $\frac{a}{b}$, ибо, как легко видеть из фиг. 78а,

$$\frac{a}{b} = \frac{Sn v_1}{Sn(v_1 + \gamma)}.$$

5. $\frac{c}{b}$. На (100) грань (111) вырезает ребро [100—111], а последнее



Фиг. 79.



Фиг. 80.

с ребром [100—001] дает угол y (фиг. 78а). На проекции сферический угол [100—111]—[100—001]= u_1 = 180° — u . Из фиг. 78а вытекает:

$$\frac{c'}{b} = \frac{Sn u_1}{Sn(u_1 + x)}.$$

На (010) находим аналогичный угол w и

$$\frac{c}{a} = \frac{Sn w_1}{Sn(w_1 + \beta)}.$$

Если бы в огранении данного кристалла не было (111), то для определения $a:b:c$ могла бы служить, очевидно, любая из пар граней: 1) (011) и (110), 2) (011) и (101) или 3) (101) и (110).

$$\frac{a'}{b} \text{ и } \frac{c'}{b}, \quad \frac{a''}{b} \text{ и } \frac{c''}{b} \text{ и т. д.}$$

для всех производных форм вычисляются по тому же способу, как и $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{b}$ для фигуры основной. Какие упрощения могут давать здесь зональные отношения граней, мы видели в § 10.

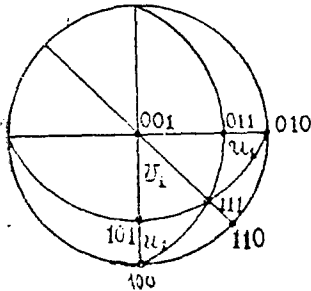
Легко сообразить, как облегчает вычисление кристаллов повышающаяся их симметрия.

Основная форма моноклинической системы определяется уже не 5-ю, а 3-мя элементами: β , $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{b}$, так как α и γ здесь прямые.

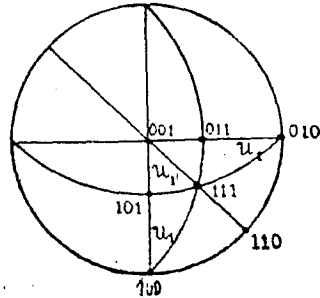
Кроме того,

$$\frac{a}{b} = tg v_1 \quad \text{и} \quad \frac{c}{b} = tg u_1;$$

w_1 измеряется дугой (001—101), а β_1 —дугой (001—100). См. фиг. 79.



Фиг. 81.



Фиг. 82.

Элементы ромбического кристалла: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$; $a : b : c$. Фиг. 80.

$$\frac{a}{b} = tg v_1 = tg(100-110); \quad \frac{c}{b} = tg u_1 = tg(001-011); \quad \frac{c}{a} = tg w_1 = tg(001-101).$$

В квадратной системе: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$; $a : a : c$. Фиг. 81.

$$w_1 = u_1; \quad v_1 = 45^\circ; \quad \frac{c}{a} = tg u_1 = tg(001-101) = tg(001-011).$$

В кубической системе: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$; $a : a : a$. Фиг. 82.

$$u_1 = v_1 = w_1 = 45^\circ.$$

Пример вычисления кристалла.

Минерал топаз, кристалл ромбической системы (фиг. 83 и проекция на фиг. 84). Комбинация, в которой принимают участие:

- 1) горизонтальный пинакоид, $r \{001\}$,
- 2) две призмы, из которых одна принимается за основную: $m \{110\}$ и $o \{h\bar{h}0\}$;
- 3) X-дома, тоже рассматриваемая нами как основная: $n \{011\}$;
- 4) пирамида $p \{hkl\}$.

Измеренные на отражательном гониометре углы между гранями:

$$m : m = 55^\circ 43'; \quad m : o = 18^\circ 44'; \quad r : p = 45^\circ 35'; \quad r : n = 43^\circ 39'.$$

А. Основные формы.

$$1) m \{110\}. \quad \frac{a}{b} = tg \frac{55^\circ 43'}{2} = 0.52854.$$

$$2) n \{011\}. \quad \frac{c}{b} = tg 43^\circ 39' = 0.95396.$$

$$a : b : c = 0.52854 : 1 : 0.95396.$$

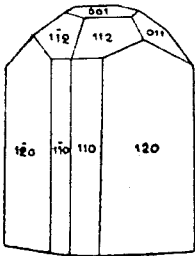
В. Производимые формы.

3) Призма $o \{hk0\}$. $\frac{a'}{b} = \operatorname{tg} \left(\frac{55^\circ 43'}{2} + 18^\circ 44' \right) = 1.05715$.

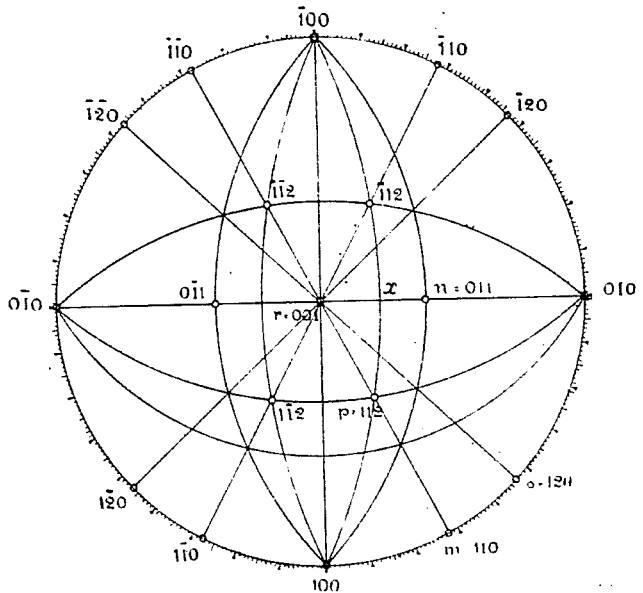
$$\frac{a}{a'} = h = \frac{0.52854}{1.05715} = \frac{1}{2}. \text{ Следовательно: } \{hk0\} = \\ = \left\{ \frac{1}{2} 10 \right\} = \{120\}.$$

4) Пирамида $p \{hkl\}$. $\frac{a}{b}$ как у основной формы, след. $hk = 11$.

$\frac{c'}{b} = \operatorname{tg} (001-x)$. Дуга $(001-x)$ определяется графических, или, ради требований большей точности, соответственно точным измерениям на отражательном гониометре, вычисляется. Для этого служит



Фиг. 83.



Фиг. 84.

прямоугольный сферический треугольник $(001-p-x)$, в котором известны: 1) сторона $(001-p) = 45^\circ 35'$ и 2) угол при $001 = 90^\circ - \frac{55^\circ 43'}{2} = 62^\circ 8'30''$.

$$\frac{c'}{b} = \operatorname{tg} (001-x) = \operatorname{tg} (001-p) \operatorname{Cs} 001 = \operatorname{tg} 43^\circ 35' \cdot \operatorname{Cs} 62^\circ 8'30'' = 0.4689.$$

$$\frac{c}{c'} = l = \frac{0.95396}{0.4689} = 2. \text{ Откуда символ пирамиды } p \{hkl\} = \{112\}.$$

II. Систематика

Г Л А В А 10-ая.

Кристаллы с несколькими главными осями.

Кубическая система.

В состав кубической системы входят классы симметрии с несколькими осями высшего наименования. Общим, характерным для всей системы, элементом симметрии являются четыре тройные оси, т. е., другими словами, во всех кристаллах кубической системы непременно имеются четыре тройные оси, независимо от различия в других элементах симметрии. Из приведенной на стр. 66 таблицы видно, что всего возможно пять классов с четырьмя тройными осями, а именно:

4 L^3 , 3 L^2 . Класс тетраэдра—тетраэдрия.

4 L^3 , 3 L^2 , 6 P . Класс гексакistetраэдра—тетраэдрическая гемидрия.

4 L^3 , 3 L^2 , 3 P , C . Класс диакиسدодекаэдра—пентагональная (додекаэдрическая) гемидрия.

4 L^3 , 3 L^4 , 6 L^2 . Класс гироэдра—гироэдрическая (плагидрическая) гемидрия.

4 L^3 , 3 L^4 , 6 L^2 , 3 P , 6 P^1 , C . Класс сорокавосьмигранника—голоэдрия.

Кристаллические оси кубической системы отличаются наибольшей простотой и правильностью: это три взаимно-перпендикулярные и равные по длине оси, т. е., углы $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$, а параметры основной фигуры $a : a : a = 1 : 1 : 1$. Таким образом, все элементы кубического кристалла заранее даны и не требуется никаких измерений и вычислений для определения этих элементов, как в других системах. Из того, что углы между осями прямые, и длина осей для всех кристаллов кубической системы одна и та же, вытекает, что основная форма для всех кристаллов кубической системы одна, т. е., все кристаллы этой системы составляют один кристаллический ряд.

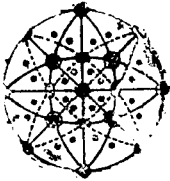
Так как все три оси взаимно-перпендикулярны и равны, то они являются в геометрическом отношении совершенно равнозначными, любую из них можно принять за вертикальную. Три направления, соответствующие этим осям, тождественны и в физическом отношении. А так как направление кристаллических осей совпадают с так наз. главными осями, то у кристаллов кубической системы, таким образом, три главные оси, иначе сказать, три взаимно-перпендикулярные оси изотропности; эти кристаллы и являются, поэтому, изотропными по-

отношению к тем физическим свойствам, которые выражаются законом эллипсоида. Ни скорость распространения света, ни теплопроводность, ни термическое расширение, электропроводность или магнитная индукция не отличаются здесь от этих свойств у тел аморфных, и лишь явления сцепления, пьезоэлектричества, роста и растворения обнаруживают свойственную всякому кристаллическому телу анизотропность.

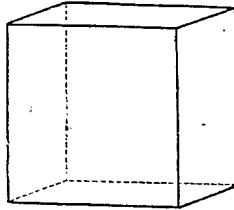
Полногранное отделение (голоэдриа) кубической системы (Класс сорокавосьмигранника).

Симметрия: $4 L^3$, $3 L^4$, $6 L^2$, $6 P$, 3Π , C .¹⁾

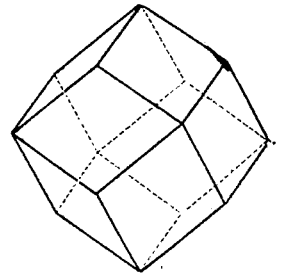
Полногранный класс кубической системы обнимает кристаллы с наивысшей симметрией, возможной для кристаллов. Наиболее общая фигура этого класса, сорокавосьмигранник (символ его $\{hkl\}$) является наиболее богатой гранями простой фигурой. У кристаллов, на основании закона рациональности параметров, не может быть больше четырех тройных осей, трех осей четверных, шести двойных осей²⁾ и девяти плоскостей



Фиг. 85. Проекция элементов симметрии и грани фигуры $\{hkl\}$ в полногранном классе кубической системы.



Фиг. 86. Куб $\{100\}$.



Фиг. 87. Ромбический додекаэдр (= гранатоэдр) $\{110\}$.

симметрии. Здесь и каждая группа одинаковых элементов симметрии, и общее число всех элементов симметрии находятся в наибольшем количестве, возможном для кристаллов. На проекции фиг. 85 выходы осей симметрии обозначены, как обычно, квадратами (L^4), треугольниками (L^3) и эллипсами (L^2), плоскости симметрии — сплошными дугами больших кругов; пунктирные дуги изображают зоны ромбического додекаэдра.

Полногранное отделение кубической системы обнимает семь простых форм. Что на самом деле в кубической системе (как и во всех остальных в каждом классе) может быть только семь различных простых фигур, в этом легко убедиться из следующих простых соображений.

Пинакоидальные грани, имеющие два бесконечных параметра, возможны только одного типа. Притом, так как три оси кубической системы тождественны, и следовательно, то, что относится к одной из них, должно повторяться и на двух других, то здесь всегда три пары пинакоидальных граней сопряжены между собою и образуют замкнутую фигуру—куб (фиг. 86).

¹⁾ Греческое Δ —означает главную ось симметрии, а Π —главную плоскость симметрии.

²⁾ Любопытно, что в каждой группе осей симметрии этого класса произведение числа осей на их наименование равно 12.

Призматические грани, имеющие один бесконечный параметр, возможны двух родов: 1) при одном бесконечном параметре остальные два равны между собою; на том же основании, как у куба, и здесь три одинаковые призмы всегда сопряжены друг с другом и образуют замкнутую фигуру — ромбический додекаэдр (фиг. 87) (или гранатоэдр); 2) остальные два параметра не равны — пирамидальный куб (фиг. 90).

Грани пирамидальные, в которых все три параметра конечны, являются в четырех различных типах:

все три параметра равны — октаэдр (фиг. 91),

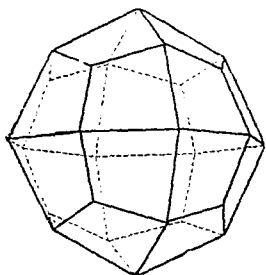
все три параметра различны — сорока восьмигранник (фиг. 92),

два параметра равны, а третий [больше — пирамидальный октаэдр (фиг. 89),

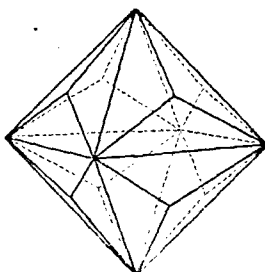
два параметра равны, а третий меньше — трапецоэдр (фиг. 88).

Никаких других типов простых форм здесь быть не может. Посмотрим, каковы же эти простые формы.

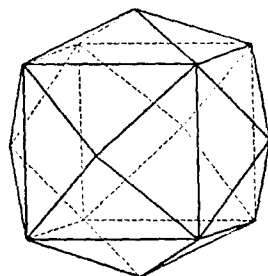
Фигура с наиболее общим символом, т. е., с тремя неравными параметрами, является в виде сорока восьмигранника, со-



Фиг. 88. Трапецоэдр
 $\{hkk\}$.



Фиг. 89. Пирамидальный
октаэдр $\{hhl\}$.



Фиг. 90. Пирамидальный
куб $\{hko\}$.

стоящего из сорока восьми одинаковых неравносторонних треугольников. Это наиболее богатая гранями простая форма, из всех-какие вообще в кристаллах возможны. Сорока восьмигранник, или гексакисоктаэдр, ограничен 48 неравносторонними треугольниками, имеет 72 ребра трех родов и 26 углов: 6 восьмигранных, через вершины которых проходят четверные оси, 8 шестигранных, через которые проходят тройные оси, и 12 четырехгранных, через которые проходят двойные оси ¹⁾.

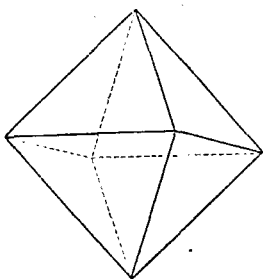
Необходимость именно 48 граней для этой фигуры вытекает из следующих простых рассуждений. В каждом октанте может быть 6 граней символа $\{hkl\}$: две, у которых наименьший параметр относится к оси X , две с наименьшим параметром по оси Y и две с наименьшим параметром по оси Z . А так как все восемь октантов в кристаллах полногранного класса кубической системы совершенно одинаковы, то в каждом из них должно повториться то, что найдено для одного, т. е., 8×6 , или 48 граней.

¹⁾ Любопытно отметить, что произведение из числа многогранных или двугранных углов на число образующих их граней во всех случаях равно 48.

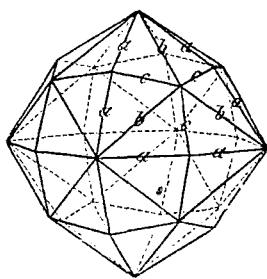
Все остальные фигуры мы можем рассматривать как частные случаи, получающиеся при изменении отношения параметров сорокавосьмигранника в ту или другую сторону.

Если все три параметра равны, то в каждом октанте может поместиться лишь по одной грани, а всего, следовательно, в фигуре восемь граней, и именно равносторонних треугольников. Это октаэдр, символ которого $\{111\}$ по Миллеру, $a:a:a$ по Вейсу и O по Науману; параметры октаэдра тождественны с длиной осей всякого кристалла кубической системы; ведь, у кристаллов кубической системы все три оси равны, т. е., $a=a=a=1$; то же наблюдается и у октаэдра, который, поэтому, и является основной формой в кубической системе.

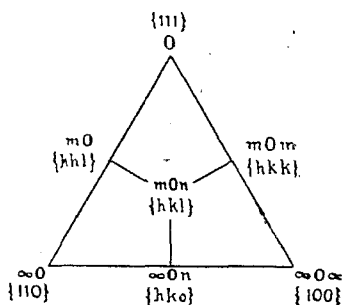
Фигура, в которой два параметра равны, а третий бесконечный, состоит из призматических граней. Так как каждая грань такой фигуры, будучи параллельна одной из осей, в то же время одинаково наклонена к двум остальным, то таких граней, как нетрудно в этом убедиться, должно быть 12, т. е., столько, сколько существует промежутков между шестью полуосями. Так как все три оси в куби-



Фиг. 91. Октаэдр $\{111\}$.



Фиг. 92. Сорокавосьмигранник $\{hkl\}$.



Фиг. 93. Зональные соотношения простых форм кубической системы.

ческой системе вполне тождественны, то все, что относится к одной из них, в том же виде должно повторяться и относительно остальных. Следовательно, три призмы, параллельные каждой из осей, сопряжены между собою так, что непременно всегда являются вместе и из них получается замкнутая фигура типа полигоноэдров. Это ромбический додекаэдр или гранатоэдр (фиг. 87), символ которого $\{110\}$ — по Миллеру, ∞O — по Науману, $a:a:\infty a$ — по Вейсу. Фигура ограничена 12 ромбами, имеет 24 одинаковых ребра и два типа многогранных углов: 6 четырехгранных, через которые проходят четверные оси, и 8 трехгранных, через вершины которых, проходят оси тройные.

Фигура с двумя бесконечными параметрами состоит из пинакоидальных граней. Что таких пинакоидальных граней может быть только 6, по одной перпендикулярно к каждой из полуосей, ясно само собою; из тождества трех кристаллических осей в кубической системе вытекает необходимость сопряженности и совместного появления всех трех пар этих пинакоидальных плоскостей, которые и образуют куб (фиг. 86), состоящий из 6 квадратных граней, 12 одинаковых ребер и 8 одинаковых трехгранных углов.

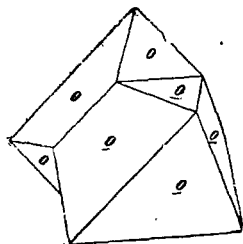
Фигура с одним бесконечным параметром и двумя конечными неравными параметрами ограничена 24 гранями, по две в каждом из 12 промежутков между 6 полуосями. Фигура этого

типа, состоящая из 24 равнобедренных треугольников, 12 длинных ребер (ребра куба), 24 более коротких ребер, 6 четырехгранных и 8 шестигранных углов, носит название пирамидального куба (фиг. 90), или тетракисгексаэдра, так как ее можно себе представить в виде куба, на каждую грань которого насажена четырехгранная пирамидка.

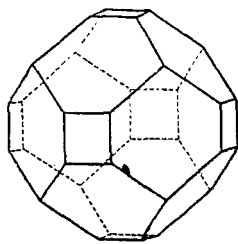
Символ пирамидального куба $\{hkO\}$, или ∞Om , или $a : ma : \infty a$.

Простые фигуры с тремя конечными параметрами, из которых два равны между собою, как уже указано выше, могут быть двойного рода, в зависимости от того, являются ли равные параметры меньшими по сравнению с третьим, им неравным, или большими. И в том, и в другом случае получается 24 грани, но различного вида, как различны и самые фигуры, из них состоящие. Одна из этих фигур носит название пирамидального октаэдра, или триаксоктаэдра, так как представляет как бы октаэдр с насаженными на каждую грань трехгранными пирамидами; другая называется трапецоэдром.

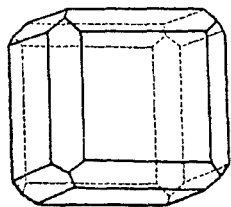
Пирамидальный октаэдр $\{hhl\}$, или $a : a : ma$, или mO , ограничен 24 равнобедренными треугольниками; у него два рода ребер:



Фиг. 94. Двойник октаэдра по плоскости октаэдра.



а.



б.

Фиг. 95. Самородная медь. Комбинация куба с ромбическим додекаэдром.

12 длинных (ребра октаэдра) и 24 коротких; и два рода многогранных углов: 6 восьмигранных и 8 трехгранных (фиг. 89).

Трапецоэдр, или икоситетраэдр; символ: $\{hkk\}$, или mOm , или $a : ma : ma$. Фигура ограничена 24 трапецоидами, имеет 6 четырехгранных углов одного и 12 другого рода (через них проходят двойные оси), 8 трехгранных углов, через которые проходят тройные оси, и два рода ребер (фиг. 88).

Зональные соотношения перечисленных семи простых форм полногранного класса кубической системы удобно запомнить в виде специальной схемы (фиг. 93), которая в свое время была предложена Науманом и облегчает как разбор комбинаций, так и запоминание этих фигур.

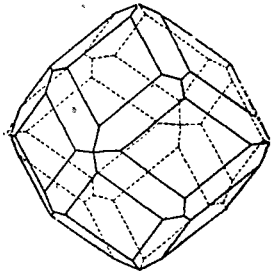
В этой схеме те три фигуры, символы которых написаны против углов треугольника, отличаются от остальных тем, что у них нет переменных параметров; у всех кубов, октаэдров и гранатоэдров параметры одинаковы, т. е., другими словами, возможен только один куб, один октаэдр, один гранатоэдр, между тем как других форм, например, трапецоэдров, может быть много, в зависимости от величины третьего параметра по сравнению с двумя первыми, т. е., в зависимости от конкретной величины m в каждой данной форме, где она и должна быть установлена измерением и вычислением; так, например, возможен тра-

пещоэдр 202 (лейцитоэдр), или 303, или $3\frac{1}{2}O^3\frac{1}{2}$ и др.; то же самое относится и к остальным трем фигурам с переменными параметрами. Октаэдр, куб и гранатоэдр на этом основании носят название единственных фигур. Эти единственные фигуры являются пределами для тех переменных, которые лежат в одной с ними зоне, например: ∞O —предельная фигура для mO , куб для икоситетраэдра, октаэдр для mO и mOm и т. д.

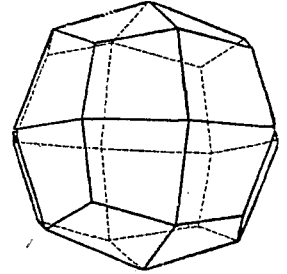
Значение этой схемы при разборе комбинаций таково: каждая сторона треугольника соответствует определенной зоне; поэтому, если, например, на кристалле найдена грань октаэдра, грань куба и лежащая между ними грань третьей фигуры, с ними тавтозональной, то эта последняя может принадлежать лишь икоситетраэдру, и т. п.

На аналогичных схемах для других классов и систем мы всегда будем иметь то же самое, т. е., против углов треугольника будут помещаться фигуры единственные, а против сторон его и внутри—фигуры с переменными параметрами.

Вместо Наумановских схем можно, конечно, пользоваться и просто стереографическими проекциями кристаллов, тем, например, сферическим треугольником проекции фиг. 70а, в углах которой находятся полюсы граней (100), (110) и (111). На сторонах этого треугольника в полногранном классе кубической системы располагаются полюсы 24-гранников: (hko)—на стороне [100—110], (hkk)—на стороне [100—111] и (hhl)—на стороне [110—111]; полюс 48-гранника (hkl) располагается в середине сферического треугольника.



Фиг. 97. Гранат. Комбинация $\{110\}$ и $\{hkk\}$.



Фиг. 96. Самородное серебро.

Примерами комбинаций могут служить следующие простые случаи:

1) Притупление трехгранных углов куба гранями октаэдра (фиг. 32а). При одинаковом развитии обеих фигур получается, так называемый, кубооктаэдр (фиг. 32б), а при господстве не куба, а октаэдра—комбинация, в которой четырехгранные углы октаэдра притуплены гранями куба (фиг. 32с).

2) Притупление ребер гранатоэдра гранями икоситетраэдра (фиг. 97).

3) Приострение ребер гранатоэдра гранями сорокавосьмигранника.

4) Заострение углов октаэдра углами сорокавосьмигранника.

5) Притупление ребер куба гранями гранатоэдра (фиг. 95б) и мн. др.

Двойники по плоскости октаэдра встречаются довольно часто, например, двойники сrostания у магнитного железняка (фиг. 94) или двойники проростания у плавикового шпата.

Примерами минералов, кристаллизующихся в полногранном отделении кубической системы, могут служить:

Многие самородные металлы, например: медь (фиг. 95), серебро (фиг. 96), железо, платина, свинец, золото.

Плавиковый шпат (фтористый кальций), CaF_2 , чаще всего кристаллизующийся в кубах.

Шпинели, т. е., соединения формулы ROR^2O^3 , например, $MgO \cdot Al^2O^3$, чаще всего в октаэдрах.

Гранаты ($3ROR^2O^3 \cdot 3SiO^2$), например, гроссуляр, $3CaO \cdot Al^2O^3 \cdot 3SiO^2$, в ромбических додекаэдрах (откуда и название „гранатоэдр“) или в комбинациях гранатоэдра с икоситетраэдром (фиг. 97).

Свинцовый блеск, PbS .

Лейцит, $K^2O \cdot Al^2O^3 \cdot 4SiO^2$ в трапецоэдрах 202 (откуда и название „лейцитоедр“).

Анальцим, $Na^2O \cdot Al^2O^3 \cdot 4SiO^2 \cdot 2H^2O$.

Магнитный железняк, Fe^3O^4 , в октаэдрах; часто образует двойники по октаэдру.

Хлороплатинат калия, K^2PtCl^6 —в октаэдрах.

Некоторые минералы или соли имеют облик полногранных кристаллов, так как кристаллизуются в таких фигурах, которые проходят без изменения геометрической формы через несколько классов; назовем кубы каменной соли, $NaCl$, или сильвина, KCl , откэдры квасцов, $R^2SO^4R^2(SO^4)^3 \cdot 24H^2O$, и некоторые другие, гемиедрический характер которых установлен лишь на основании изучения физических свойств, например, фигур вытравления.

Пентагональная гемиедрия.

(Параллельногранная гемиедрия, класс диакис-додекаэдра).

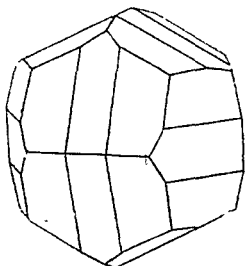
Симметрия: $4L^3$, $3L^2$, $3P$, C .

Все простые формы этого класса могут быть производимы от соответствующих (т. е. с теми же индексами) форм полногранного класса через попеременное исчезновение в этих последних тех

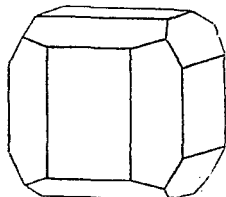
участков кристалла, которые занимаются парами граней 48-гранника, соприкасающимися в ребрах, разграничивающих соседние октанты. Появляются при этом только две новые фигуры, а именно: $\{hkl\}$ и $\{hko\}$; первая из них получается из 48-гранника и называется диакис-додекаэдром, или преломленным пентагональным додекаэдром, вторая—из пирамид. куба и носит название пентагонального додекаэдра.

Во всех остальных фигурах полногранного класса вышеотмеченные исчезающие участки занимаются частями их граней; при разрастании остающихся частей этих граней параллельно самим себе восстанавливается форма полногранного кристалла.

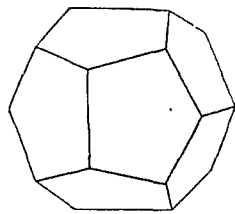
Диакис-додекаэдр ограничен 24 равнобедренными трапециодами, имеет 6 четырехгранных углов одного рода, 8 тригональных



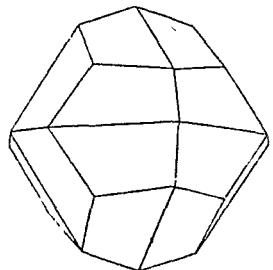
Фиг. 98. Пирит. Комб. пентаг. и прел. пендодекаэдра.



Фиг. 100. Пирит. Комбинация куба с пентагональным додекаэдром.



Фиг. 99. Пентагональный додекаэдр.



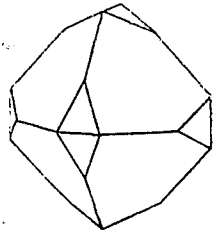
Фиг. 101. Преломленный пентагональный додекаэдр.

и 12 четырехгранных другого рода. Кристаллические оси, т.-е. L^2 , проходят через четырехгранные углы, а тройные оси симметрии—через тригональные углы. Плоскости симметрии проходят через двойные оси (фиг. 101).

Пентагональный додекаэдр (фиг. 99) ограничен 12 правильными пентагонами; это одна из правильных фигур, вписанных в шар. Кристаллические оси (L^2) соединяют середины длинных ребер; тройные оси соединяют тригональные углы; кроме того, имеется еще 12 неправильных трехгранных углов.

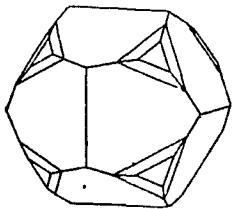
Каждому пирамидальному кубу соответствует положительный „левый“ и отрицательный „правый“ пентагональный додекаэдр, $\{hko\}$ и $\{kho\}$, или

$$+ \left[\frac{\infty 0n}{2} \right] \text{ и } - \left[\frac{\infty 0n}{2} \right].$$

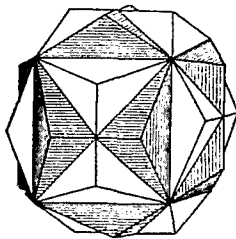


Фиг. 102. Пирит. Комбинация октаэдра с пентагональным додекаэдром.

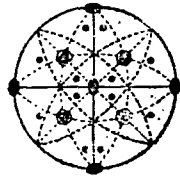
Из распространенных комбинаций можно указать притупление ребер куба пентагональным додекаэдром (фиг. 100), приострение углов октаэдра пентагональным додекаэдром (фиг. 102), заострение тригональных углов пентагонального додекаэдра диакисдодекаэдром и нек. др.



Фиг. 103. Пирит.



Фиг. 104. Пирит. Двойник проростания.



Фиг. 105. Проекция элементов симметрии и граней фигуры $\{hkl\}$ в пентагональной гемидрупе кубической системы.

Из двойников характерны двойники проростания двух пентагональных додекаэдров (фиг. 104).

Таким образом, в пентагональной гемидрупе мы имеем следующие простые формы:

- 1) Диакисдодекаэдр (или преломленный пентагональный додекаэдр), „левый“ $\{hkl\}$ и „правый“ $\{khl\}$.
- 2) Триакисоктаэдр $\{hhl\}$.
- 3) Икоситетраэдр $\{hkk\}$.
- 4) Пентагональный додекаэдр, левый $\{hko\}$ и правый $\{kho\}$.
- 5) Куб $\{100\}$.
- 6) Ромбический додекаэдр $\{110\}$.
- 7) Октаэдр $\{111\}$.

Примеры:

Пирит (серный колчедан, FeS^2): кубы, пентагональные додекаэдры, двойники прорастания двух пентагональных додекаэдров (фиг. 104) и некоторые комбинации.

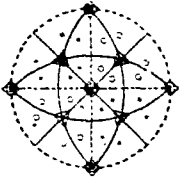
Квасцы, напр., калиевые квасцы K^2SO^4 . $Al^2(SO^4)^3$. $24H^2O$, кристаллизующиеся в хорошо образованных октаэдрах.

Тетраэдрическая (наклонногранная) гемидрия.

Симметрия: $4L^3, 3L^2, 6P$.

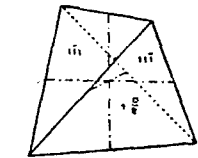
Это тот тип гемидрии, который иногда называют антиморфизмом (частный случай гемиморфизма); в нем сохранилась часть осей и часть плоскостей симметрии полногранного класса, но не сохранился центр симметрии.

Тройные оси приобрели здесь свойство полярности, т. е., оба конца этих осей неравнозначны. Во внешнем облике фигуры это сказывается в том, что на обоих концах этих осей сидят неодинаковые элементы ограничения. Так, напр., у тетраэдра (см. ниже) эти оси соединяют середины граней с противолежащими трехгранными углами, у дельтоэдра — острые тригональные углы с противолежащими тупыми. Полярность этих осей сказывается в некоторых физических свойствах, напр., в том электричестве, которое развивается на кристаллах при изменении температуры (пирозлектричество). У кристаллов этого класса 4 пирозлектрических оси (совпадающие с тройными), концы которых соответствуют пирозлектрическим полюсам, расположенным так, что каждому положительному полюсу соответствует на противоположном конце тройной оси отрицательный полюс и наоборот. Это дает возможность узнать принадлежность кристалла к тетраэдрическому классу и в том случае, когда внешняя форма кристалла не дает надлежащих указаний, напр., когда вещество кристаллизуется в кубах.

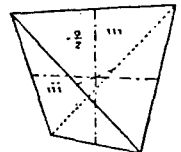


Фиг. 106. Проекция элементов симметрии и грани формы $\{hki\}$.

Если представить себе вывод фигур этого класса из полногранного класса, то, как легко в этом убедиться, напр., на проекции сорокавосьмигранника, этого можно достигнуть путем попеременного исчезания целых октантов. Поэтому неизменными остаются здесь только те формы, грани которых лежат каждая в двух или большем числе октантов — куб, гранатоэдр, пирамидальный куб; остальные простые формы здесь новые, а именно:



Фиг. 107а. Тетраэдр положительный.



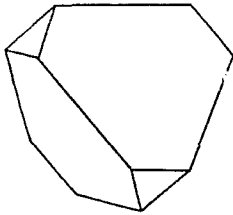
Фиг. 107б. Тетраэдр отрицательный.

1) Октаэдру соответствуют два тетраэдра, которые, в отдельности взятые, неотличимы, а различаются лишь положением в комбинациях; их называют положительным и отрицательным (фиг. 107). Тетраэдр — это замкнутая фигура, ограниченная 4 равносторонними треугольниками и имеющая шесть ребер, через середины которых проходят кристаллические оси, и 4 трехгранных угла. Символ тетраэдра $\{111\}$ или $+\frac{0}{2}$ и $-\frac{0}{2}$.

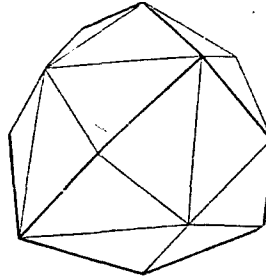
2. Икоситетраэдр заменен двумя триакситетраэдрами, или пирамидальными тетраэдрами; это последнее название указывает на то, что пирамидальный тетраэдр представляет как бы тетраэдр, на каждую грань которого насажена трехгранная пирамидка. Положительный и отрицательный триакситетраэдры $\{hkk\}$ и $\{h\bar{k}k\}$ (или $+\frac{mOm}{2}$ и $-\frac{mOm}{2}$),

в отдельности взяты, неотличимы. У пирамидального тетраэдра 12 граней—равнобедренных треугольников, 6 длинных (соответствующих тетраэдру) и 12 коротких ребер, 4 шестигранных и 4 трехгранных угла (фиг. 110).

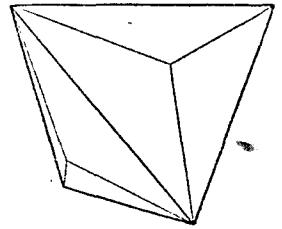
3. Если у пирамидального октаэдра разовьются, как того требует симметрия данного класса, лишь попеременно лежащие октанты



Фиг. 108. Азотобариевая соль $Ba(NO_3)_2$. Комбинация двух тетраэдров.



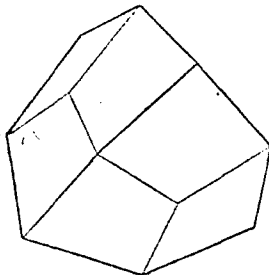
Фиг. 109. Преломленный пирамидальный тетраэдр.



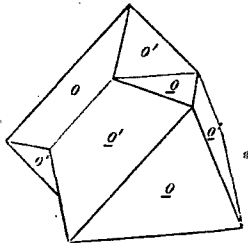
Фиг. 110. Пирамидальный тетраэдр.

и разrustутся до взаимного соприкосновения, то получится два т. наз. дельтоидных додекаэдра, или дельтоэдра, $\{hkl\}$ и $\{\bar{h}\bar{l}l\}$ или $+\frac{mO}{2}$ и $-\frac{mO}{2}$. Эта фигура ограничена 12 дельтоидами, имеет углы трех родов: 4 тригональных острых, 4 тригональных тупых и 6 четырехгранных ромбических, и два рода ребер—12 коротких и 12 длинных (фиг. 111).

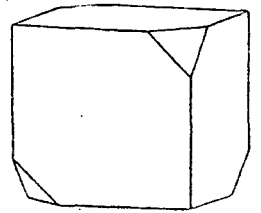
4. У сорокаосьмигранника развитие попеременных четырех октантов ведет к образованию 24-гранной фигуры—гексакистетра-



Фиг. 111. Дельтоэдр.



Фиг. 112. Двойник цинковой обманки; O' —положительный, O —отрицательный тетраэдр.



Фиг. 113. Борацит, комбинация куба с тетраэдром.

эдра, иначе называемого преломленным пирамидальным тетраэдром $\{hkl\}$ и $\{\bar{h}\bar{l}l\}$, или $+\frac{mOn}{2}$ и $-\frac{mOn}{2}$. Элементы ограничения этой фигуры: 24 неравносторонних треугольника, 36 ребер трех родов, 4 тупых и 4 острых шестигранных углов (дитригональных), 6 четырехгранных (через которые проходят кристаллические оси) (фиг. 109).

Примеры:

Алмаз (O), образует тетраэдры, гексакистетраэдры и двойники проростания по плоскости куба.

Блѣклая руда, или тетраэдрит, изменчивого состава, напр., $(Cu^2, Fe, Zn)^4 (As, Sb)^2 S^7$. Тетраэдры, у которых тригональные углы заострены гранатоэдром.

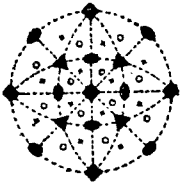
Цинковая обманка, ZnS , образует часто двойники по октаэдру (фиг. 112).

Борацит, $Mg^7 B^{16} O^{30} Cl^2$, комбинация куба с тетраэдром, при чем в одних случаях господствует куб (фиг. 113), в других тетраэдр.

Гироэдрическая (плагиедрическая) гемиздрия.

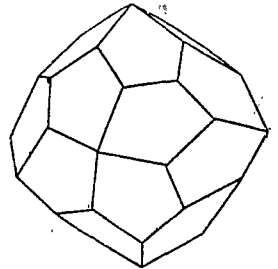
Симметрия: $4L^3, 3L^4, 6L^2$.

Гироэдрическая гемиздрия принадлежит к тому типу неполногранных классов, который носит название полноосного, вследствие того, что в нем сохраняются все оси соответствующего полногранного класса. Но так как здесь нет плоскостей симметрии, а, следовательно, и центра симметрии, то пары гемиздрических фигур, которые получаются из полногранной, являются несовместимыми друг с другом, относятся друг к другу как правая и левая рука; отсюда и обозначение этого типа гемиздрии энантиоморфизмом, а относящихся сюда фигур энантиоморфными.



Фиг. 114 Проекция элементов симметрии и граней формы $\{hkl\}$.

Гироэдрический класс получается из полногранного, когда в этом последнем исчезают все плоскости симметрии, а вместе с ними, следовательно, и центр симметрии. Из рассмотрения простых форм полногранного класса или проекции сорокавосьмигранника нетрудно убедиться, что внешний вид всех простых форм остается здесь без изменения, за исключением сорокавосьмигранника. У этого последнего попеременно лежащие 24 грани образуют замкнутую фигуру, ограниченную 24 неправильными пятиугольниками, носящую название гироэдра (или пентагонального икоситетраэдра). Существует два энантиоморфных гироэдра, правый и левый (фиг. 115). У гироэдра три рода ребер и три рода углов: 6 тетрагональных, 8 тригональных и 24 неправильных трехгранных.



Фиг. 115. Гироэдр.

Примерами этого класса могут служить: куприт, Cu^2O , чаще всего в виде октаэдров; нашатырь (хлористый аммоний, NH^4Cl) — трапецоэдры; каменная соль (хлористый натрий, $NaCl$) — кубы; сильвин (хлористый калий, KCl) — кубы.

Тетартоэдриа.

(Класс тетраэдрически-пентагонально-додекаэдрический).

Симметрия: $4L^3, 3L^2$.

Низшая степень симметрии при наличии характерных для кубической системы четырех тройных осей определяется написанной в заголовке комбинацией. Если обратиться к проекции, то нетрудно убедиться, что для удовлетворения этой симметрии фигурой $\{hkl\}$ достаточно 12 граней, расположенных так, что они составляют четвертую часть сорокавосьмигранника. Другими словами, эта фигура—

тетартоэдр, или тетраэдрический пентагональный додекаэдр,— является четвертью сорокаосьмигранника, из которого она получается как гемиздриа от гемиздрии (фиг. 116).

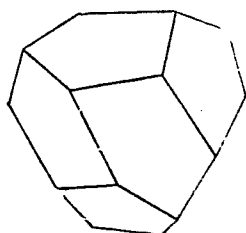
Тетартоэдр ограничен несимметричными пятиугольниками, имеет три рода ребер (которых всего 30) и углов; через 8 тригональных углов проходят тройные оси.

Тетартоэдров с одинаковой величиной параметров (т.е., таких, которые могут рассматриваться как четвертая часть одного и того же сорокаосьмигранника) четыре:

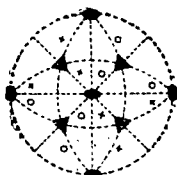
правый положительный	$\{khl\}$
лѐвый	$\{hkl\}$
правый	$\{\bar{h}kl\}$
левый отрицательный	$\{k\bar{h}l\}$

Остальные простые формы этого класса следующие: куб, ромбический додекаэдр, тетраэдр, пентагональный додекаэдр, триакistetраэдр, дельтоэдр.

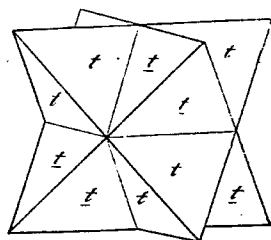
Так как здесь, как и в гироэдрическом классе, только одна особенная фигура—тетартоэдр, а остальные геометрически неотличимы от



Фиг. 116. Тетартоэдр.



Фиг. 117. Проекция элементов симметрии и граней формы $\{hkl\}$.



Фиг. 118. Двойник проростания двух тетраэдров.

встречающихся в других классах фигур, то по внешнему виду не всегда можно узнать кристаллы этого класса.

Примерами могут служить азотнокислые соли двухатомных элементов, напр., азотнокислый барий, $Ba(NO_3)_2$ (фиг. 108), азотнокислый свинец, $Pb(NO_3)_2$, хлорноватокислый натрий, $NaClO_3$, а из минералов—лангбейнит, $K^2SO_4 \cdot MgSO_4$. Интересны двойники проростания двух тетраэдров по плоскости куба у хлорноватокислого натрия (фиг. 118).

Кристаллы с одной главной осью.

При просмотре приведенной на стр. 58 таблицы всех классов кристаллов можно выделить довольно многочисленную категорию классов, отличающихся от всех остальных тем, что у них имеется одна единственная ось симметрии высшего наименования. Эта единственная ось симметрии высшего наименования может быть тройной, четверной или, наконец, шестерной осью; она в одних, и притом наиболее многочисленных, случаях является осью простой симметрии, а в некоторых случаях осью сложной симметрии, четверной или шестерной. Так как мы согласились соединять в одну систему классы симметрии, имеющие

общий элемент симметрии, то понятно, что кристаллы с тройной, четверной и шестерной осью не могут принадлежать к одной и той же системе, а распределяются в различные системы: тригональную, обнимающую кристаллы, для которых общим элементом симметрии является тройная ось, тетрагональную, для которой характерным признаком является ось четверная, и, наконец, гексагональную с характерным элементом в виде шестерной оси. Параллелизм и в то же время отличительные особенности этих трех систем ясно выступают на нижеследующей таблице:

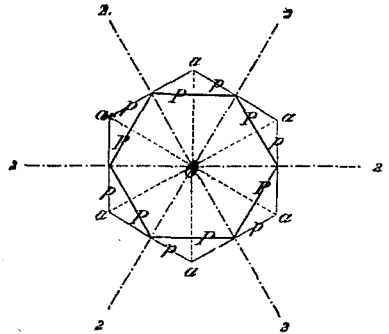
Классы тригональной системы:	Классы тетрагональной системы:	Классы гексагональной системы:
L^3	L^4	L^6
$L^3, 3L^2$	$L^4, 4L^2$	$L^6, 6L^2$
L^3, P	L^4, P, C	L^6, P, C
$L^3, 3P$	$L^4, 4P$	$L^6, 6P$
$L^3, 3L^2, 3P, P', C$	$L^4, 4L^2, 4P, P', C$	$L^6, 6L^2, 6P, P', C$
	L^4	L^6
	$L^4, 2L^2, 2P'$	$L^6, 3L^2, 3P'$

Общим признаком всех перечисленных классов кристаллов является существование в них такого направления, которое представляется единственным во всех отношениях. Это направление—единственное как в геометрическом отношении, так и с точки зрения симметрии кристалла; у всех остальных кристаллов или вовсе нет подобных направлений, по которым идет ось симметрии высшего наименования, или-же таких направлений несколько, как в кристаллах кубической системы. Направление единственной оси симметрии высшего наименования является единственным и в физическом отношении, а именно направление этой единственной оси симметрии высшего наименования является направлением изотропности, и самая ось является осью изотропности. В направлении этой оси кристаллы одной из трех рассматриваемых здесь систем являются по отношению к целому ряду физических свойств (выражаемых законом эллипсоида) изотропными, т. е., неотличимыми от кристаллов кубической системы и от тел аморфных. Существование такого направления изотропности резко отличает эти кристаллы от всех остальных и дает нам в руки такое удобное диагностическое средство, которое позволяет, при помощи физических явлений, с легкостью распознавать кристаллы одного из вышеприведенных классов. Правда, все эти классы тождественны по своим физическим свойствам; а потому на основании этих физических явлений можно лишь сказать, что перед нами кристалл одной из трех систем с одной главной осью, но нельзя определить, к какой именно системе, а тем более к какому классу, он принадлежит; для этого приходится прибегать к помощи геометрических свойств этих кристаллов или пользоваться другими физическими свойствами, не подчиняющимися закону эллипсоида.

Гексагональная система.

К гексагональной системе принадлежит 12 классов, которые объединяются тем, что все кристаллы этих классов могут быть отнесены к одному типу кристаллических осей, а именно к системе из четырех осей, из которых три, равные между собою и пересекающиеся под углами в 60° , лежат в горизонтальной плоскости, а четвертая, не равная первым, перпендикулярна к ним и принимается за вертикальную

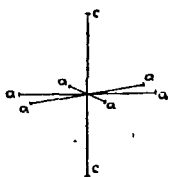
ось. С точки зрения симметрии эти 12 классов распадаются на два типа: в 7 классах характерным элементом симметрии, общим для всех классов, является шестерная ось простой или сложной симметрии, в 5 остальных таким определяющим характерным элементом является тройная ось простой симметрии. На этом основании гексагональную систему делят на два отдела, которые и называют гексагональным и тригональным, или даже разбивают все эти 12 классов на две системы: гексагональную и тригональную. Деление на тригональную и гексагональную имеет, пожалуй, некоторое преимущество, так как при этом рельефно выступает параллелизм тригональных, тетрагональных и гексагональных типов, как можно убедиться из помещенной ниже таблицы. В пользу самостоятельности тригонального типа говорит и то обстоятельство, что тригональные кристаллы, к которым, как указано выше, применим гексагональный тип координатных осей, в то же время могут быть обозначаемы и при помощи особого тригонального типа осей.



Фиг. 119. Боковые оси и базальные ребра 1-го рода (pp) и 2-го рода (aa).

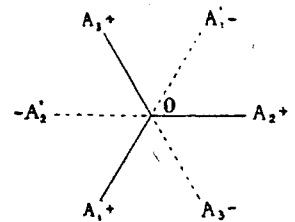
Гексагональный отдел.

Тип гексагональных осей изображен на фиг. 120. У вертикальной оси c верхний конец считается положительным, нижний отрицательным.



Фиг. 120.

Боковые оси обозначаются буквою A со значками и полуоси, как показано на фиг. 121, попеременно считаются положительными и отрицательными. Четыре оси нужны для того, чтобы все грани простых фигур имели одинаковое обозначение; но в каждом конкретном случае один из боковых параметров является излишним, достаточно двух. Элементы кристаллов, т. е., углы между осями и длина осей, даны, за исключением длины оси Z . Таким образом, здесь одно неизвестное, и для определения элементов гексагонального кристалла достаточно измерить один двугранный угол.



Фиг. 121. Боковые оси гексагональной системы.

В состав гексагонального отдела входят следующие семь классов:

- Класс дигексагональной бипирамиды.
- Класс дигексагональной пирамиды.
- Класс гексагональной бипирамиды.
- Класс гексагональной пирамиды.
- Класс гексагонального трапецоэдра.
- Класс гексагонального, или дитригонального скаленоэдра.
- Класс ромбоэбра.

Класс дигексагональной бипирамиды.

(Полногранный класс гексагональной системы).

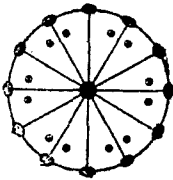
Симметрия: Δ^6 , Π , $3L^2$, $3L'^2$, $3P$, $3P'$, C .¹⁾

Простые формы полногранных классов гексагональной, тригональной и тетрагональной систем представляются тождественными по типу, как можно убедиться из следующей таблички:

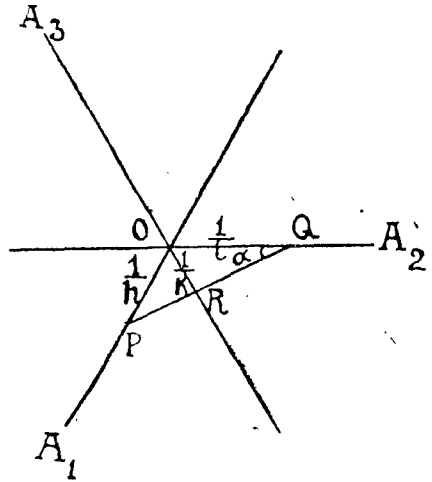
Дигексагональная бипирамида.	Дитригональная бипирамида.	Дитетрагональная бипирамида.
Дигексагональная призма.	Дитригональная призма.	Дитетрагональная призма.
Гексагональная бипирамида 1-го рода.	Гексагональная бипирамида 1-го рода.	Тетрагональная бипирам. 1-го рода.
Гексагональная бипирамида 2-го рода.	Тригональная бипирамида 2-го рода.	Тетрагональная бипирам. 2-го рода.
Гексагональная призма 1-го рода.	Гексагональная призма 1-го рода.	Тетрагональная призма 1-го рода.
Гексагональная призма 2-го рода.	Тригональная призма 2-го рода.	Тетрагональная призма 2-го рода.
Базопинакоид.	Базопинакоид.	Базопинакоид.

Из этой таблички мы видим одновременно, что в полногранном классе тригональной системы повторяются отчасти гексагональные формы, что, опять таки, как увидим ниже, соответствует тесному родству обеих систем.

Шестерная ось совпадает с вертикальной осью Z . Двойные оси лежат в базальном сечении и распадаются на две группы: три равно-



Фиг. 122. Проекция элементов симметрии и грани формы $\{hikl\}$.



Фиг. 123.

значные оси совпадают с кристаллическими осями A_1 , A_2 , A_3 , а три другие, равнозначные между собою, совпадают с равноделящими углов между осями A_1 , A_2 , A_3 (эти равноделящие называются иногда вспомогательными, или промежуточными кристаллическими осями). Главная плоскость симметрии—это та, в которой лежат горизонтальные кристаллические a , следовательно, и все двойные оси. Вер-

¹⁾ Буквою Δ обозначается главная ось симметрии; а буквою Π —главная плоскость симметрии.

тикальные плоскости симметрии распадаются на две группы, аналогично двойным осям, и проходят через вертикальную ось и одну из соответственных двойных осей.

Так как в гексагональной системе три горизонтальных оси, то к индексам h и k присоединяется еще индекс i ; пишутся индексы в таком порядке $\{h\bar{i}k\}$; это символ Бравэ.

При решении задач на зоны он перерабатывается, впрочем, в тройной $\{hkl\}$, отличающийся от четверного $\{h\bar{i}k\}$: 1) тем, что здесь опущен индекс по оси A_3 , т. е., i , и 2) тем, что у индекса k переменен знак. Переход от $\{hkl\}$ к $\{h\bar{i}k\}$ определяется из соотношения: $h + i + \bar{k} = 0$. Что последнее соотношение действительно имеет место, легко сообразить, разбираясь в фиг. 123.

В самом деле, из треугольника POQ следует:

$$\frac{1}{i} : \frac{1}{h} = \frac{h}{i} = \frac{Sn(60^\circ - \alpha)}{Sn\alpha} = Sn 60^\circ Ctg\alpha - \frac{1}{2} \dots \dots \dots (1),$$

и из треугольника RoQ :

$$\frac{1}{i} : \frac{1}{k} = \frac{k}{i} = \frac{Sn(60^\circ + \alpha)}{Sn\alpha} = Sn 60^\circ Ctg\alpha + \frac{1}{2} \dots \dots \dots (2).$$

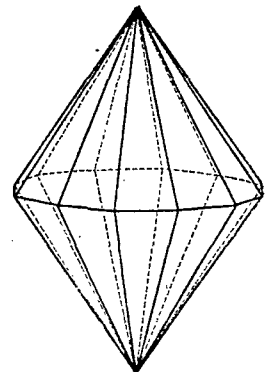
Вычитая (2) из (1), мы получаем:

$$\frac{h + \bar{k}}{i} = -1, \text{ или } h + i + \bar{k} = 0.$$

Пример. Найти символ грани, находящейся в двух зонах $[2\bar{1}\bar{1}]$ — $[-10\bar{1}0]$ и $[20\bar{2}1]$ — $[1\bar{1}00]$. Превратив символы в трехзначные, получаем зоны $[211]$ — $[110]$ и $[221]$ — $[100]$; в пересечении их находим грань (321) . Четырехзначный символ ее $\{31\bar{2}1\}$.

Пирамидальные грани.

Наиболее общая фигура $\{h\bar{i}k\}$, или mPn , пересекающая вертикальную и две боковые оси на конечных, но неравных расстояниях, является в виде двенадцатигранной бипирамиды, т. е., фигуры, представляющей две одинаковые двенадцатигранные бипирамиды, сложенные основаниями. Эта фигура ограничена 24 неравносторонними треугольниками; ребра трех родов: 12 тупых вершинных, 12 острых вершинных и 12 базальных, образующих дигексагон; углы трех родов: 2 дигексагональных (через них проходит Z^3 , т. е., ось Z), 6 четырехгранных более острых и 6 четырехгранных более тупых (фиг. 124).

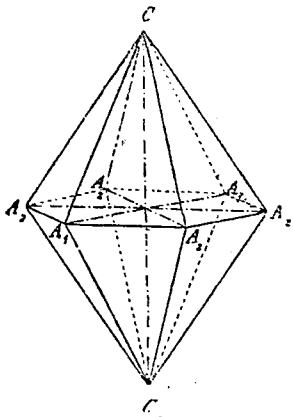


Фиг. 124. Дигексагональная бипирамида.

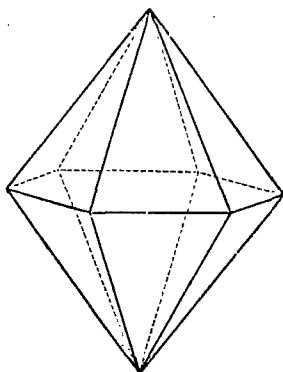
Кроме дигексагональной бипирамиды возможны еще две фигуры с пирамидальными гранями. Если пирамидальная грань пересекает две боковые оси на равных расстояниях, то в каждом додеканте помещается по одной такой грани, а всего их, след., 12. Получается гексагональная бипирамида, представляющая две одинаковые гексагональные пирамиды, сложенные основаниями. Это гексагональная бипирамида 1-го рода, — $\{h\bar{o}h\}$ по Бравэ, mP по Науману, она ограничена 12 равнобедренными треугольниками, имеет

два гексагональных угла, через вершины которых проходит ось Z (в то-же время L^6) и 6 ромбических углов, через которые проходят боковые оси (т. е., L^2); ребра двух родов: 12 вершинных и 6 базальных, образующих правильный гексагон (фиг. 125).

В символе гексагональной бипирамиды 1-го рода один параметр, а именно по вертикальной оси, переменный. Возможен целый ряд би-

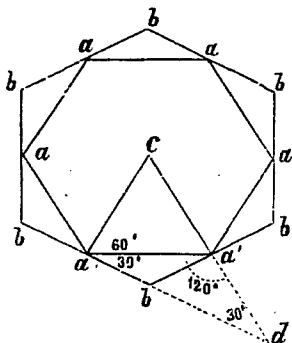


Фиг. 125. Гексагональная бипирамида 1-го рода.

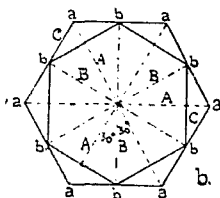


Фиг. 126. Гексагональная бипирамида 2-го рода.

пирамид с одинаковыми параметрами по боковым осям, но различно наклоненных к вертикальной оси. Одну из таких бипирамид можно принять за основную, т. е., за единицу для сравнения, считая ее параметр по вертикальной оси за единицу; это будет бипирамида основ-



Фиг. 127.



Фиг. 128. Расположение базальных ребер бипирамиды 1-го рода (aa) и 2-го рода (bb) относительно боковых осей (A).

ная— P ; по сравнению с нею остальные бипирамиды будут или более острыми, напр., $2P$, $3P$, $\frac{3}{2}P$, или более тупыми, напр., $\frac{1}{2}P$. Все бипирамиды, которые могут быть отнесены к одной и той-же основной, составляют кристаллический ряд. В отличие от кубической системы, в гексагональной, как и во всех прочих, каждое вещество образует свой особый кристаллический ряд, т. е., имеет свою особую основную бипирамиду.

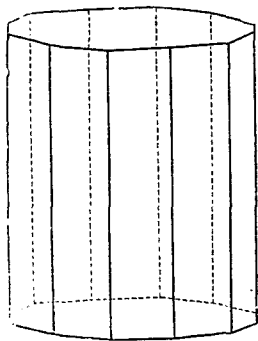
Совершенно тождественная с бипирамидой 1-го рода форма получается и в том случае, когда пирамидальная грань пересекает на

равных расстояниях не две соседние боковые оси, а две лежащие через одну; в таком случае третью ось, лежащую между ними, эта грань встречает на расстоянии вдвое меньшем, как нетрудно убедиться из чертежа фиг. 127.

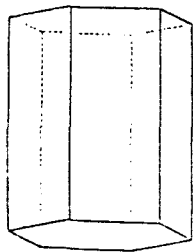
Эта гексагональная бипирамида, в отдельности взятая, неотличима от бипирамиды 1-го рода, но она иначе расположена относительно боковых осей, след., занимает иное положение в комбинациях и носит название гексагональной бипирамиды 2-го рода (фиг. 126). Ее символ по Бравэ $\{h\bar{h}2\bar{h}l\}$, по Науману $mP2$.

Призматические фигуры.

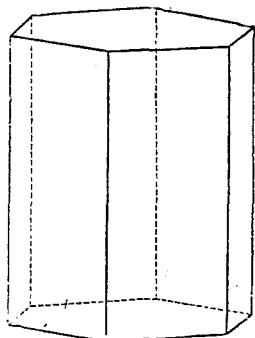
Призматические фигуры можно рассматривать как предельные для соответствующих пирамид. В самом деле, возьмем ряд бипирамид одного рода с все возрастающим параметром по вертикальной оси. В пределе, когда этот параметр возрастет до бесконечности, базальные ребра исчезнут, пересекающиеся в них попарно пирамидальные грани



Фиг. 129.



Фиг. 130.



Фиг. 131.

солятся в одну призматическую грань, параллельную вертикальной оси, дигексагональная бипирамида превратится в дигексагональную призму (фиг. 129), гексагональная бипирамида 1-го рода в гексагональную призму 1-го рода (фиг. 130), гексагональная бипирамида второго рода в гексагональную призму 2-го рода (фиг. 131).

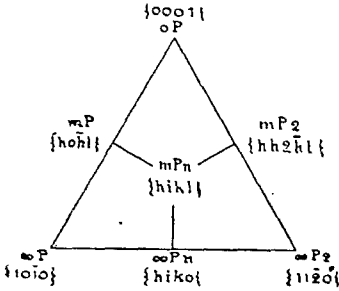
Таким образом, в голоэдри гексагональной системы имеется три призмы: дигексагональная призма, $\{h\bar{h}k\}$, или ∞P_n ; гексагональная призма 1-го рода $\{1010\}$, или ∞P ; гексагональная призма 2-го рода $\{11\bar{2}0\}$ или, ∞P_2 .

Гексагональные призмы 1-го и 2-го рода, так же, как и соответствующие бипирамиды, в отдельности взятые, неотличимы друг от друга. В комбинациях они легко отличимы, так как у призмы 1-го рода боковые оси соединяют середины ребер, а у призмы 2-го рода—середины граней.

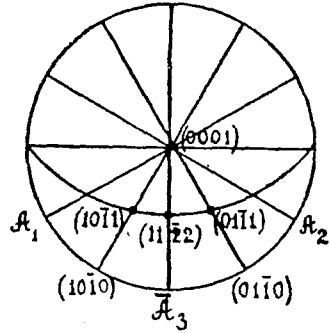
Пинакоидальная фигура.

Грани, имеющие только один конечный параметр, образуют базопинакоид; эти грани сидят на концах вертикальной оси и параллельны всем остальным осям, т. е., базальному сечению. Символ по Бравэ $\{0001\}$, а по Науману oP .

Базопинакоид можно рассматривать как предел всех пирамидальных фигур: если у пирамидальных фигур параметры по боковым осям возрастают, они становятся более тупыми, и в пределе, когда эти параметры сделаются бесконечными, бипирамидальные грани сольются в две пинакоидальные грани, параллельные базальному сечению. Поэтому,



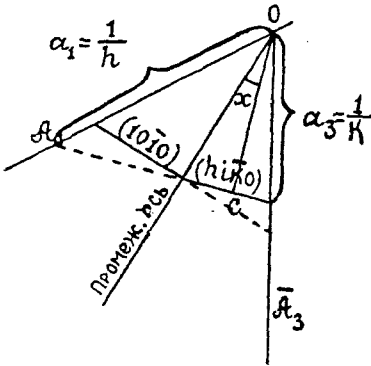
Фиг. 132.



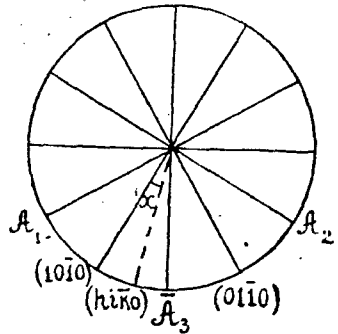
Фиг. 133.

если мы возьмем Наумановский символ дигексагональной бипирамиды mPn , разделим оба параметра на n : $\frac{m}{n}P$, и представим себе n бесконечно большим: $\frac{m}{\infty}P$, то и получим символ oP .

Зональные соотношения простых полногранных фигур гексагональной системы могут быть представлены или при помощи Наумановской



Фиг. 134.



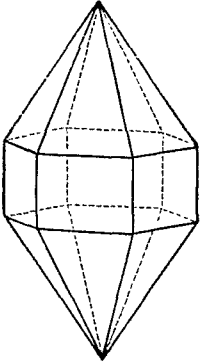
Фиг. 135.

схемы (фиг. 132), или при помощи сферического треугольника $(0001-10\bar{1}0-11\bar{2}0)$ стереографической проекции фиг. 122, к которым применимо все, сказанное по поводу кубической системы.

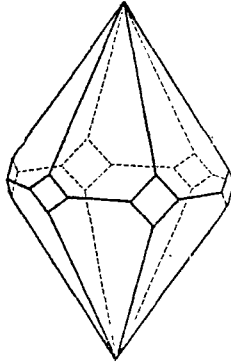
Из комбинаций упомянем следующие: бипирамида одного рода своими гранями пригужает ребра бипирамиды другого рода; в комбинациях двух бипирамид одного и того же рода тупейшая заостряет многогранные вершинные углы острейшей; дигексагональная бипирамида

заостряет вершинные углы гексагональных бипирамид; грани призмы притупляют ребра бипирамид и т. д.

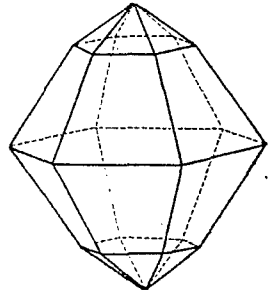
В вычислениях кристаллов, как полногранного класса гексагональной системы, так и всех остальных гексагональных кристаллов, вносит



Фиг. 136. Комбинация призмы и бипирамиды одного рода (1-го или второго).

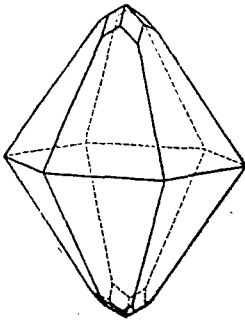


Фиг. 137. Комбинация призмы 1-го рода и бипирамиды 2-го (или наоборот).

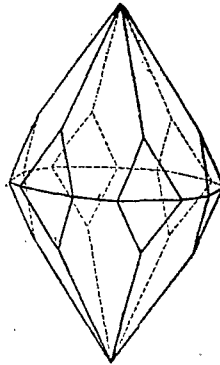


Фиг. 138. Комбинация двух бипирамид одного рода, но с различными параметрами по оси Z .

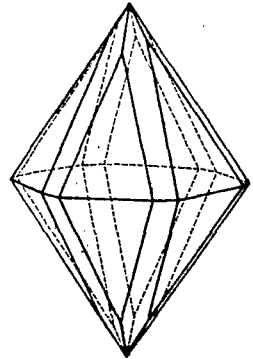
некоторые усложнения отнесения их не к трем, а к четырем кристаллическим осям. На проекции фиг. 133 представлена комбинация $\{0001\}$, $\{10\bar{1}0\}$ и $\{10\bar{1}1\}$. Длина оси $c = tg(0001-11\bar{2}2)$, где $11\bar{2}2$ —тавтозональная с $(10\bar{1}1)$ и (0111) грань, симметрично притупляющая ребро между ними.



Фиг. 139.



Фиг. 140.



Фиг. 141.

Комбинация бипирамиды 1-го рода с бипирамидой 2-го рода: острейшей на фиг. 139, тупейшей на фиг. 140 и с одинаковыми параметрами на фиг. 141.

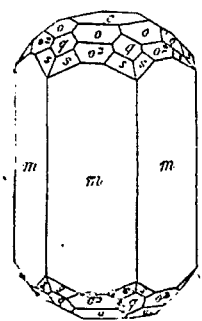
На фиг. 134 и 135 изображена комбинация $\{10\bar{1}0\}$ и $\{h\bar{k}0\}$; на первой из них в горизонтальном разрезе, на второй—в стереографической проекции. X —полярный угол между $(10\bar{1}0)$ и $(h\bar{k}0)$. Из фиг. 134 явствует, что

$$OC = \frac{1}{h} Cs (30^\circ + x) = \frac{1}{k} Cs (30^\circ - x).$$

Отсюда:

$$\frac{k}{h} = \frac{Cs (30^\circ - x)}{Cs (30^\circ + x)} = \frac{Cs 30^\circ Cs x + Sn 30^\circ Sn x}{Cs 30^\circ Cs x - Sn 30^\circ Sn x} = \frac{Ctg 30^\circ Ctg x + 1}{Ctg 30^\circ Ctg x - 1}.$$

Примеры. Число примеров полногранного класса гексагональной системы постепенно убывает по мере того, как исследование физических свойств раскрывает истинную симметрию кристаллов с кажущейся симметрией этого класса. Поэтому число веществ, обладающих габитусом кристаллов полногранного класса гексагональной системы, еще довольно значительно, но число истинных представителей этой симметрии очень невелико.



Фиг. 142. Берилл.

Наиболее красивым примером являются кристаллы берилла $3\text{BeO} \cdot \text{AlO}_3 \cdot 6\text{SiO}_2$ (и изумруда), имеющие призматический габитус; господствует призма, с которой комбинируется базопинакоид и большое число бипирамид (фиг. 144).

Некоторые металлы, напр., магний, цинк, бериллий, кристаллизуются в этом классе.

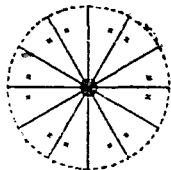
Дигексагонально-пирамидальный класс.

Симметрия: $L^6, 3P, 3P'$.

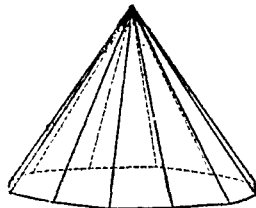
Когда исчезает базальная, главная, плоскость симметрии, а вместе с нею, след., и лежащие в ней двойные оси симметрии, а также и центр, то тот комплекс граней полногранных простых фигур, который лежит целиком по одну сторону базального сечения, т. е., над ним или под ним, становится независимым от другого, и верхняя и нижняя части

этих фигур являются теперь самостоятельными простыми фигурами.

Таким образом, здесь получают следующие простые фигуры. Дигексагональная бипирамида заменяется двумя дигексагональными пирамидами, верхней и нижней. Точно также и гексагональные бипирамиды первого и второго рода заме-



Фиг. 143. Проекция элементов симметрии и грани фигур $\{hkl\}$.



Фиг. 144. Дигексагональная пирамида.

няются каждая двумя самостоятельными пирамидами, верхней и нижней, которые могут являться, и действительно являются на некоторых кристаллах, совершенно самостоятельными. В тех случаях, когда на кристалле развиваются две пирамиды одного рода и с одинаковыми параметрами, получается фигура, геометрически неотличимая от полногранной; только физические свойства, напр., фигуры вытравления или пироэлектричество, в этом случае могут раскрыть истинную симметрию вещества.

Базопинакоид распадается на два самостоятельных педиона, верхний и нижний.

Что касается призматических фигур, то, принимая во внимание, что их грани непременно находятся одной своей частью над плоскостью базального сечения, а другой под нею, нетрудно усмотреть, что они в этом классе остаются геометрически неизменными. Таким образом, те вещества, которые кристаллизуются только в призмах, имеют облик полногранный.

Итак, в классе дигексагональной пирамиды имеются следующие простые формы:

Верхний (положительный) педион . . (0001)

и нижний (отрицательный) (000 $\bar{1}$)

Гексагональная пирамида 1-го рода:

верхняя $(h\bar{o}h\bar{l})$
нижняя $(h\bar{o}h\bar{l})$

" "

2-го рода:

верхняя $(h\bar{h}2\bar{h}l)$
нижняя $(h\bar{h}2\bar{h}\bar{l})$

Дигексагональная пирамида:

верхняя $\{h\bar{h}l\}$
нижняя $\{h\bar{h}l\}$

Гексагональная призма 1-го рода

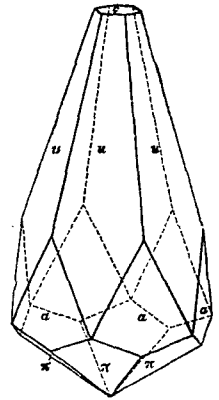
Гексагональная " 2-го рода

Дигексагональная "

$\{10\bar{1}0\}$

$\{11\bar{2}0\}$

$\{h\bar{h}k0\}$



Фиг. 145. Иодистое серебро.

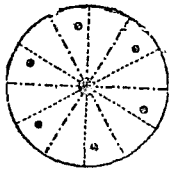
Верхний и нижний концы вертикальной оси, как мы видели, развиваются здесь самостоятельно; на обоих концах этой оси сидят неодинаковые грани; след. вертикальная ось является здесь осью полярной, что и сказывается, напр., в полярном пирозлектричестве у веществ, кристаллизующихся в данном классе.

В качестве примера можно указать иодистое серебро, AgJ (фиг. 145).

Гексагонально-бипирамидальный класс.

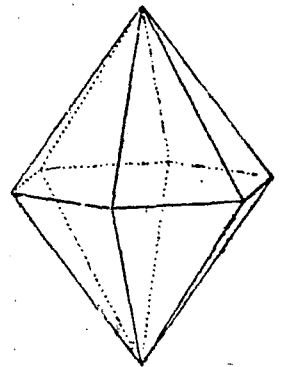
Симметрия: $L^6, P, C.$

Когда нет вертикальных плоскостей симметрии, а вместе с тем и двойных осей, симметрия сводится к шестерной оси, перпендикулярной к ней плоскости симметрии и центру. В таком случае для фигуры с тремя неравными конечными параметрами достаточно по одной грани в каждом додеканте; из таких граней образуется гексагональная бипирамида, в отдельности взятая неотличимая от полногранной бипирамиды первого или второго рода. Но эта бипирамида образована гранями дигексагональной бипирамиды; если бы



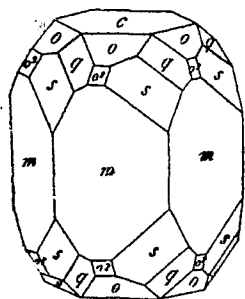
Фиг. 146. Проекция элементов симметрии и граней фигуры $\{h\bar{h}l\}$

мы взяли за исходную фигуру эту последнюю и удалили в ней вертикальные плоскости симметрии, то вместе с тем исчезла бы и половина фигуры, т. е., попеременно развились бы пары плоскостей, пересекающихся в горизонтальных ребрах, и чередующиеся с ними пары исчезли бы. Таким образом, эта бипирамида, представляющая половину дигексагональной бипирамиды, занимает в комбинациях иное положение, чем бипирамиды первого и второго рода; ее называют гексагональной бипирамидой третьего рода. В комбинации с другими бипирамидами или призмами она легко распознается,



Фиг. 147. Гексагональная бипирамида 3-го рода.

а в отдельности, взятая, а также с соответствующей призмой или с базопинакоидом она геометрически неотличима от полногранной.



Фиг. 148. Апатит.

Дигексагональная призма таким же путем заменяется здесь гексагональной призмой третьего рода, о которой следует сказать то же, что было сказано о пирамиде.

Остальные простые фигуры полногранного класса остаются в этом классе без изменения.

Хорошим примером пирамидальной гемизедри гексагональной системы может служить минерал апатит $Ca^5(PO^4)^3Cl$ или $Ca^5(PO^4)F$. (Фиг. 148).

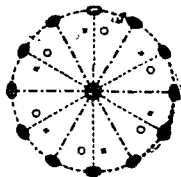
Трепцеоздрическая гемизедрия.

(Гексагонально-трапцеоздрический класс).

Симметрия: $L^6, 3L^2, 3L^2$.

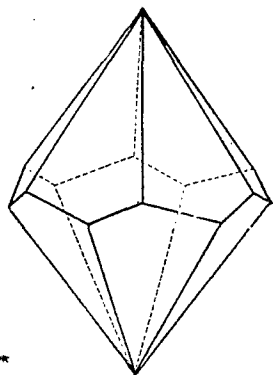
Полноосный класс, имеющий все оси симметрии полногранного класса, но лишенный плоскостей симметрии, а след. и центра, по своему характеру соответствует гироэдрическому классу кубической системы. То, что было сказано там относительно несовместимости фигур и связанной с этим способности вращения плоскости поляризации, относится и к рассматриваемому классу.

Для удовлетворения симметрии, выражаемой наличием одной шестерной и шести двойных осей симметрии, достаточно в каждом додеканте



Фиг. 149. Проекция элементов симметрии и граней фигуры $\{hikl\}$.

по одной плоскости, попеременно различно наклоненных к боковым осям. Получается гексагональный трапцеоздр, т. е., замкнутая фигура, ограниченная двенадцатью трапцеоидами. (Фиг. 150). Боковые оси проходят через середины зигзагообразных ребр.



Фиг. 150. Гексагональный трапцеоздр.

Эта фигура получается из дигексагональной бипирамиды, если в каждом додеканте попеременно исчезает по одной плоскости.

Остальные простые фигуры этого класса геометрически тождественны с полногранными. Таким образом мы имеем здесь:

Гексагональный трапцеоздр ($hikl$) и остальные шесть фигур те же, что и в полногранном классе.

Примерами могут служить кристаллы некоторых сложных двойных солей.

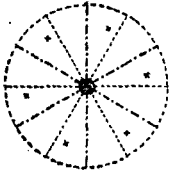
Пирамидальная тетартоэдрия.

(Класс гексагональной пирамиды).

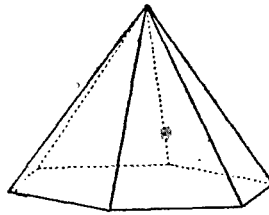
Симметрия: L^6 .

Когда вся симметрия исчерпывается одной шестерной осью, то в самом общем случае формы с тремя конечными неравными параме-

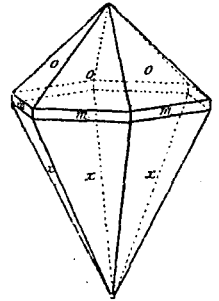
трами достаточно по одной грани в каждом из шести верхних додекантов или в каждом из шести нижних; получается форма, которая так же относится к гексагональной бипирамиде третьего рода, как дигексагональная пирамида к дигексагональной бипирамиде. Таким образом, гексагональная пирамида является гемиэдрической формой той фигуры, которая уже сама является гемиэдрией дигексаго-



Фиг. 151. Проекция элементов симметрии и граней гексагональной пирамиды.



Фиг. 152. Гексагональная пирамида $\{h\bar{k}l\}$.



Фиг. 153. Двойная винноокислая соль свинца и антимонила.

нальной бипирамиды. Поэтому, по отношению к дигексагональной бипирамиде гексагональная пирамида представляется четвертой частью, т. е., тетраэдрией.

Ясно, что здесь вертикальная ось обладает свойствами полярности. Простые фигуры этого класса следующие:

Педион: верхний $\{0001\}$, нижний $\{000\bar{1}\}$

Гексагональная пирамида 1-го рода: верхняя $\{h0\bar{h}l\}$, нижняя $\{h0h\bar{l}\}$

Гексагональная пирамида 2-го рода: " $\{hh2\bar{h}l\}$, " $\{hh2h\bar{l}\}$

Гексагональная пирамида 3-го рода: " $\{h\bar{h}l\}$, " $\{h\bar{k}l\}$

Гексагональная призма 1-го рода $\{10\bar{1}0\}$

Гексагональная призма 2-го рода $\{11\bar{2}0\}$

Гексагональная призма 3-го рода $\{h\bar{h}l0\}$

Пример: Нефелин $4(Na^2O Al^2O^3) 9SiO^2$.

Дитригонально-скаленоэдрический класс.

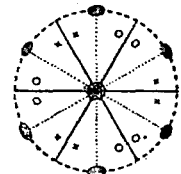
(Скаленоэдрическая, или ромбоэдрическая, гемиэдрия гексагональной системы).

Симметрия: $L^3, 3L^2, 3P', C$ или $I^6, 3L^2, 3P', C$.

По смыслу гемиэдрии скаленоэдрический класс отвечает тетраэдрическому классу кубической системы; только там исчезали и развивались попеременно октанты полногранных фигур, а здесь додеканта, двенадцатые их части, ограниченные плоскостями четырех кристаллических осей.

Простые фигуры полногранного класса гексагональной системы: базопинакоид, гексагональные призмы 1-го и 2-го рода, дигексагональная призма, и гексагональная бипирамида 2-го рода, остаются при этом без изменения; гексагональная бипирамида 1-го рода заменяется ромбоэдром, а дигексагональная бипирамида—скаленоэдром.

Скаленоэдр состоит из 12 неравносторонних треугольников; шесть верхних* и шесть нижних сходятся в двух вершинах (дитригональные углы) наподобие пирамид, но горизонтальные

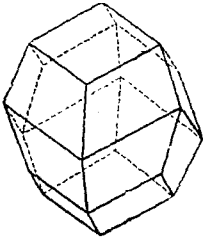


Фиг. 154. Проекция элементов симметрии и граней формы $\{h\bar{k}l\}$ в классе скаленоэдра.

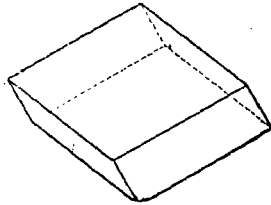
ребра заменены зигзагообразными ребрами; вершинные ребра двоякого рода: три пары более тупых и три пары чередующихся с ними более острых. Фиг. 162.

Ромбоэдр состоит из шести ромбов; вертикальная ось проходит через тригональные углы, в которых сходятся вершинные ребра, а боковые оси через середины боковых зигзагообразных ребер. Фиг. 156 и 157.

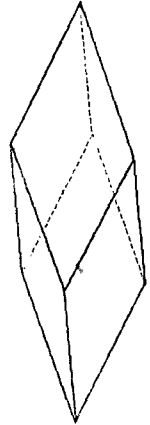
Так как из каждой дигексагональной бипирамиды получается два скаленоэдра, а из каждой гексагональной бипирамиды 1-го рода два ромбоэдра, то их различают, как положительные и отрицательные фигуры. В отдельности взятые и положительный и отрицатель-



Фиг. 155. Кальцит. Комбинация скаленоэдра с ромбоэдром.



Фиг. 156.

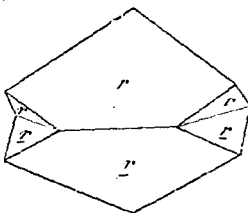


Фиг. 157.

Р о м б о э д р .

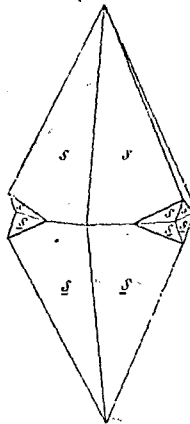
ный скаленоэдр или ромбоэдр с одинаковыми параметрами неотличимы друг от друга, но легко различаются в комбинациях. В частности называют положительным тот ромбоэдр, который притупляет тупые ребра скаленоэдра, а отрицательным тот, который садится на острые вершинные ребра.

Когда комбинируются два ромбоэдра с одинаковыми параметрами, грани одного при-

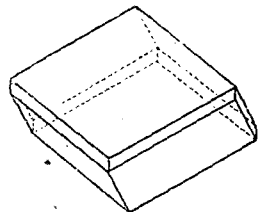


Фиг. 158.

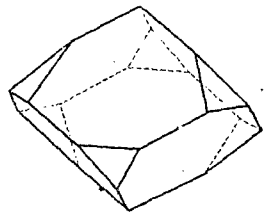
Известковый шпат. Двойники сростания по плоскости базопинакоида; 158 — ромбоэдр, 159 — скаленоэдр.



Фиг. 159.



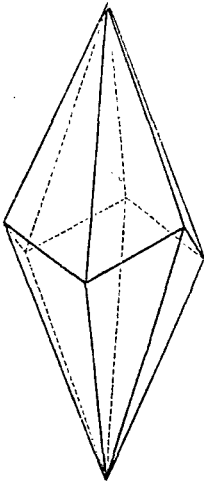
Фиг. 160. Ромбоэдр с призмой.



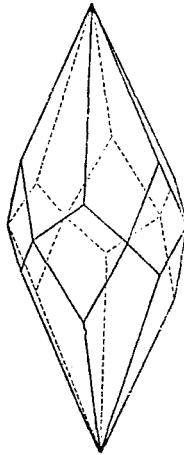
Фиг. 161. Комбинация двух ромбоэдров.

тупляют вершинные ребра другого; при неодинаковой величине параметра по вертикальной оси, тупейший ромбоэдр заостряет вершинные углы острейшего.

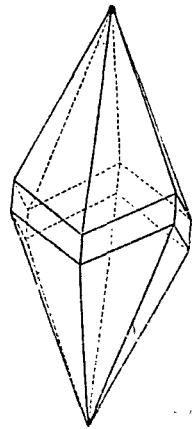
Скаленоэдрический класс пользуется широким распространением среди минералов. Так, напр., в этом классе кристаллизуется натровая селитра, кальцит и изоморфные с ним карбонаты.



Фиг. 162. Скаленоэдр.



Фиг. 163. Скаленоэдр с призмой 1-го рода



Фиг. 164. Скаленоэдр с призмой 2-го рода.

Часто встречаются двойниковые образования: двойники сростания по базопинакоиду и полисинтетические двойники по плоскости ромбоэдра.

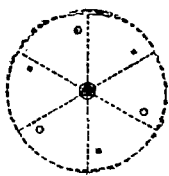
Ромбоэдрический класс.

(Тригонально - ромбоэдрический кл. Ромбоэдрическая тётартоэдрия).

Симметрия: L^3 (или 7^0).

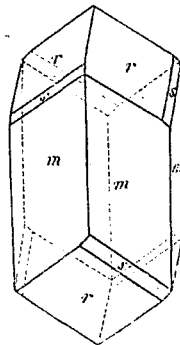
Все пирамидальные фигуры представлены ромбоэдрами. Форма $\{hkl\}$ —ромбоэдр 3-го рода. Принадлежность кристалла к этому классу ирразу определяется, если на кристалле сменяются ромбоэдры различных родов.

Простые формы:

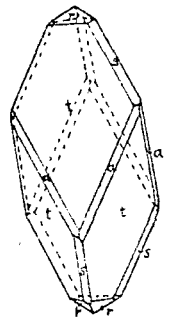


Фиг. 165. Проекция элементов симметрии и граней формы $\{hkl\}$ в классе ромбоэдрической тётартоэдрии.

- Базопинакоид.
- Ромбоэдр 1-го рода.
- Ромбоэдр 2-го рода.
- Ромбоэдр 3-го рода.
- Гексагональная призма 1-го рода.
- Гексагональная призма 2-го рода.
- Гексагональная призма 3-го рода.



Фиг. 166. Диоптаз.



Фиг. 167. Доломит.

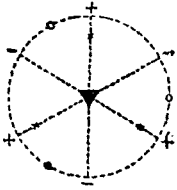
Гексагональная призма 3-го рода.

Примеры: Доломит $CaCO_3, MgCO_3$. (Фиг. 167).

Диоптаз H^2CuSiO_4 . (Фиг. 166).

Тригональный отдел гексагональной системы, или тригональная система.

Тригональные кристаллы характеризуются присутствием одной тройной оси симметрии. Как уже указано выше, их можно рассматривать как самостоятельную систему или как отдел гексагональной системы.



Фиг. 168. Тригональные оси по Миллеру.

Бравэ и к тригональным кристаллам применяет те же четыре кристаллические оси, которые приняты в гексагональной системе. Миллер принимает здесь особую систему осей, а именно ребра тригональной пирамиды. Длина осей $a : a : a = 1 : 1 : 1$, углы между осями равны между собой: $\alpha = \beta = \gamma$; таким образом, здесь неизвестна лишь одна величина, т. е., угол между осями. Основной фигурой является тригональная бипирамида.

Соотношения между индексами Миллера и Бравэ следующие:

$$h = \frac{p-q}{3}, \quad i = \frac{q-r}{3}, \quad k = \frac{r-p}{3}, \quad l = \frac{p+q+r}{3}$$

$$\text{или } p = h - k + l, \quad q = i - h + l, \quad r = k - i + l.$$

В состав тригональной системы входит пять классов, а именно:

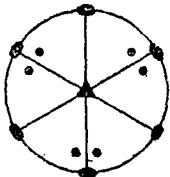
- Дитригонально-бипирамидальный.
- Дитригонально-пирамидальный.
- Тригонально-бипирамидальный.
- Тригонально-пирамидальный.
- Тригонально-трапецеэдрический.

Класс дитригональной бипирамиды.

(Полногранный класс тригональной системы).

Симметрия: $\Lambda^3, 3L^2, 3P, C, C_6$.

Если рассматривать тригональный отдел как самостоятельную систему, класс дитригональной бипирамиды является таким же полногранным классом, как и классы дигексагональной и дитетрагональной бипирамид. Если же считать этот отдел лишь за часть гексагональной системы, этот класс является одним из видов гемиедри, который получается из класса дигексагональной бипирамиды, когда исчезают три вертикальные плоскости симметрии и соответственно три двойные оси, а след. и главная ось из оси шестерной превращается в ось тройную.



Фиг. 169. Проекция элементов симметрии в классе дитригональной бипирамиды.

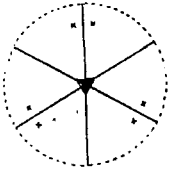
Простые формы этого класса:

- Дитригональная бипирамида.
- Гексагональная бипирамида 1-го рода.
- Тригональная бипирамида 2-го рода.
- Дитригональная призма.
- Гексагональная призма 1-го рода.
- Тригональная призма 2-го рода.
- Базопинакоид.

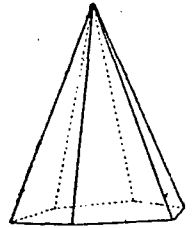
Класс дитригональной пирамиды.

Симметрия: $L^3, 3P$.

Отношение этого класса к предыдущему такое, как класса дигексагональной пирамиды к классу дигексагональной бипирамиды. Поэтому, не повторяя того, что было там указано, ограничимся перечислением простых фигур этого класса, у которого вертикальная ось является осью полярной: в направлении вертикальной оси кристаллы гемиморфны.



Фиг. 170. Проекция элементов симметрии и грани формы $\{hikl\}$ в классе дитригональной пирамиды.



Фиг. 171. Дитригональная пирамида.

Простые формы:

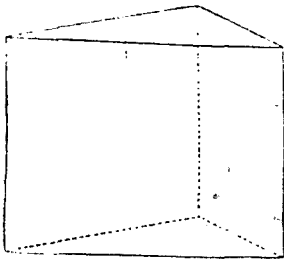
Педион, верхний и нижний.

Гексагональная пирамида 1-го рода, верхняя и нижняя.

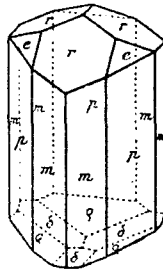
Тригональная пирамида 2-го рода, верхняя и нижняя.

Дитригональная пирамида верхняя и нижняя.

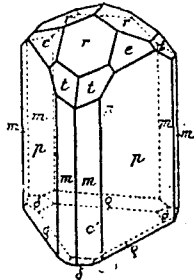
Гексагональная призма 1-го рода.



Фиг. 172. Тригональная призма.



Фиг. 173.



Фиг. 174.

Турмалин.

Тригональная призма 2-го рода.

Дитригональная призма.

Примеры:

Турмалин ($Mg, Fe, Li^2...$)³(SiO_4)³ $AlO \cdot BO$. (Фиг. 173 и 174).
Двойная соль серноокислого натрия и лития.

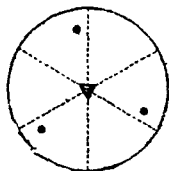
Класс тригональной бипирамиды.

Симметрия: $\Lambda^3, П, С$.

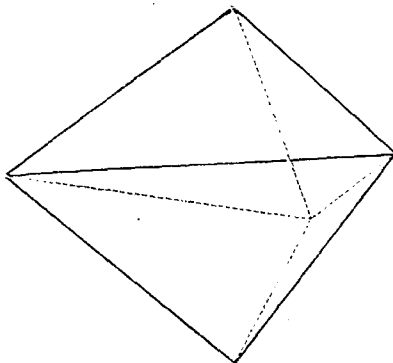
Этот класс относится к классу дитригональной бипирамиды так, как класс гексагональной бипирамиды к классу бипирамиды дигексагональной. Поэтому, к нему применимо все, что было сказано об этом классе, с заменой лишь типа гексагонального типом тригональным.

Если кристаллы тригональные и гексагональные соединять в одну гексагональную систему, рассматриваемый здесь класс является одной из тетартоздрией. Если же тригональные кристаллы выделять в особую систему, то этот класс является такой же гемизэдрией дитригонально-бипирамидального класса, как класс гексагональной бипирамиды от класса дигексагональной бипирамиды.

Пирамидальные фигуры являются здесь в виде тригональной бипирамиды 1-го, 2-го и 3-го рода, призмы в виде тригональных призм 1-го, 2-го и 3-го рода; базопинакоид таковым и остается.



Фиг. 175. Проекция элементов симметрии и граней фигуры $\{h\bar{k}l\}$ в классе тригональной бипирамиды.



Фиг. 176. Тригональная бипирамида.

Бесспорных представителей этого класса, среди изученных до сих пор соединений, повидимому, не имеется.

Тригонально-трапецеоздрический класс.

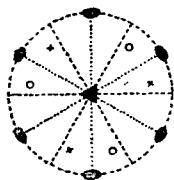
(Класс тригонального трапецеоэдра.

Симметрия: $L^3, 3L^2$.

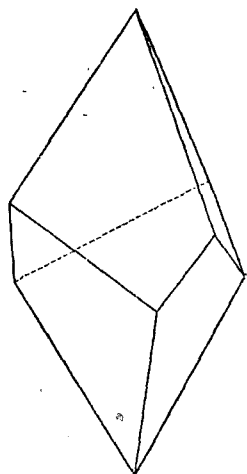
Это один из важных классов тригональной системы, который можно рассматривать как тетартоэдрию гексагональной системы.

Типичной простой формой этого класса является тригональный трапецеоэдр, изображенный на фигуре 178.

Так как тригональный трапецеоэдр является четвертой частью дигексагональной бипирамиды, то понятно, что существует для каждого значения $\{h\bar{k}l\}$ четыре тригональных трапецеоэдра, которые и называются: правый положительный, правый отрицательный, левый положительный и левый отрицательный.



Фиг. 177. Проекция элементов симметрии и грани формы $\{h\bar{k}l\}$ в классе тригонального трапецеоэдра.



Фиг. 178. Тригональный трапецеоэдр.

Простые формы этого класса:

Базопинакоид.

Ромбоэдр 1-го рода.

Тригональная бипирамида 2-го рода.

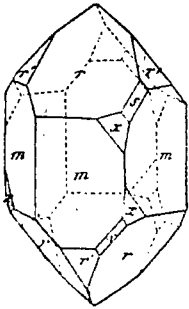
Тригональный трапецеоэдр.

Гексагональная призма 1-го рода.

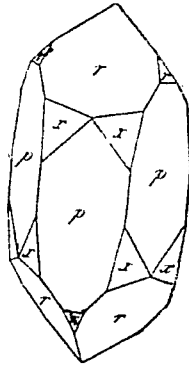
Тригональная призма.

Дитригональная призма.

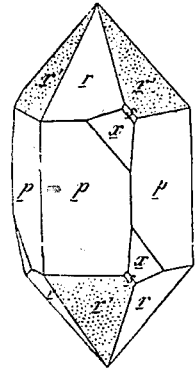
Важнейшим представителем этого класса является кварц SiO_2 (фиг. 179—181), затем киноварь HgS .



Фиг. 179.



Фиг. 180.



Фиг. 181.

К в а р ц.

Кристаллы этого класса являются энантиоморфными и потому обладают способностью вращения плоскости поляризации.

Класс тригональной пирамиды.

(Огдоэдрия).

Симметрия: L^3 .

Этот класс является одним из видов тетартоэдрии тригональной системы, а по отношению к полногранному классу гексагональной системы он представляет случай огдоэдрии, т. е., его грани являются восьмой частью граней дигексагональной бипирамиды. Таким образом, типичной формой этого класса является тригональная пирамида, причем для одного и того же значения параметров возможно восемь одинаковых пирамид, четыре верхних и четыре нижних.

К этому классу применимо все, что было сказано о гексагонально-пирамидальном, с заменой лишь симметрии относительно шестерной оси симметрией относительно оси тройной.

Простые формы этого класса:

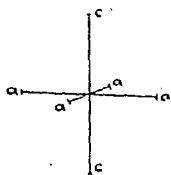
- Педион верхний и нижний.
- Тригональная пирамида 1-го рода.
- Тригональная пирамида 2-го рода.
- Тригональная пирамида 3-го рода.
- Тригональная призма 1-го рода.
- Тригональная призма 2-го рода.
- Тригональная призма 3-го рода.

Как видно, все пирамиды и призмы являются здесь тригональными; поэтому, если на кристалле имеются тригональные пирамиды и призмы различных родов, это служит указанием, что данный кристалл принадлежит к классу тригональной пирамиды.

Примером может служить иоднокислый натрий $NaJO^4 \cdot 3H^2O$.

Квадратная (тетрагональная) система.

Квадратная система обнимает все кристаллы, которые могут быть отнесены к квадратному типу кристаллических осей, т. е., к системе трех взаимно перпендикулярных осей, из которых две горизонтальные равны между собою, а третья вертикальная больше или меньше. Таким образом, из основных элементов кристалла неизвестен только один, а именно длина вертикальной оси, которая для каждого кристалла является величиной индивидуальной и должна быть вычислена на основании измерения подходящего гранного угла. Как и в гексагональной системе достаточно, следовательно, для определения основных элементов квадратного кристалла измерить один лишь двугранный угол.



Фиг. 182. Тетрагональные оси.

В состав квадратной системы входит семь классов, объединяемых тем, что у них имеется одна четверная ось простой или сложной симметрии; в пяти классах эта характерная четверная ось является осью простой симметрии, а в двух—осью сложной.

- Класс дитетрагональной бипирамиды.
- Класс дитетрагональной пирамиды.
- Класс тетрагональной бипирамиды.
- Класс тетрагональной пирамиды.
- Класс тетрагонального трапедоэдра.
- Класс тетрагонального скаленоэдра.
- Класс тетрагонального бисфеноида.

В квадратной системе мы имеем три рода фигур:

1. Фигуры, грани которых перпендикулярны к вертикальной оси, т. е., к изотропному поясу; в полногранном классе это базопинакоид.
2. Фигуры, грани которых параллельны вертикальной оси, т. е., изотропному поясу; в полногранном классе это призма 1-го рода, призма 2-го рода и дитетрагональная призма.
3. Фигуры, грани которых наклонены к вертикальной оси; в полногранном классе это бипирамида 1-го рода, бипирамида 2-го рода и дитетрагональная бипирамида.

Класс дитетрагональной бипирамиды.

(Полногранный класс=голоэдриа).

Симметрия $A_4, C_4, C_2, 2C_2, 2C_2', 2C_2'', 2C_2''', 2C_2''''$, $C, C_2, C_4, C_6, C_{12}, C_{24}$.

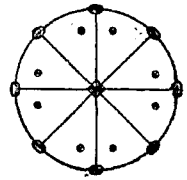
В состав этого класса входят следующие семь фигур.

1. Дитетрагональная бипирамида $\{hkl\}$, или mP_n , состоящая из 16 одинаковых неравносторонних треугольников и представляющая две одинаковые восьмигранные пирамиды, сложенные основаниями.
2. Тетрагональная (или квадратная) бипирамида 1-го рода $\{hkl\}$, или mP , состоящая из 8 одинаковых равнобедренных треугольников, составляющих две одинаковые квадратные пирамиды, сложенные основаниями.

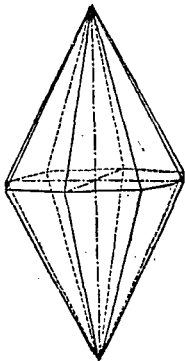
На одном кристалле может существовать несколько бипирамид первого рода, различающихся только величиною параметра по вертикальной оси, т. е., наклоном к вертикальной оси. Совокупность таких бипирамид составляет кристаллический ряд.

Из совокупности бипирамид такого ряда можно одну выбрать за единичную, с параметрами которой сравниваются тогда параметры других бипирамид; такую бипирамиду называют основной и обозначают через P или $\{111\}$.

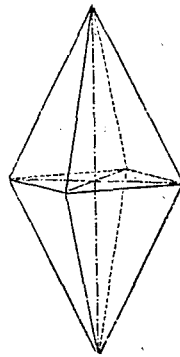
Производные бипирамиды могут быть более тупыми, чем основная, напр., $\frac{1}{2}P$, $\frac{1}{3}P$ и т. п., или более острыми, напр., $2P$, $3P$ $\frac{3}{2}P$ и т. п..



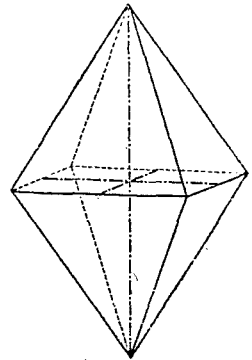
Фиг. 183. Проекция элементов симметрии и грани формы $\{hkl\}$.



Фиг. 184. Дитетрагональная бипирамида.

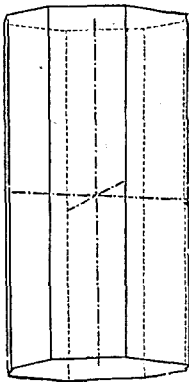


Фиг. 185. Тетрагональная бипирамида 1-го рода.

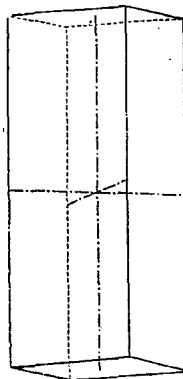


Фиг. 186. Тетрагональная бипирамида 2-го рода.

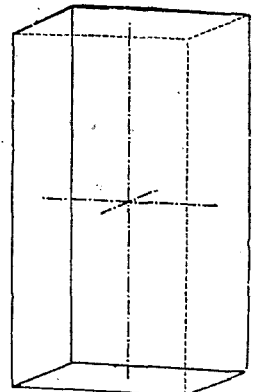
Каждое вещество имеет свой особый кристаллический ряд, т. е., если мы в каком-нибудь веществе выбрали одну из пирамид за основную, то символы остальных пирамид этого вещества будут удовлетво-



Фиг. 187. Дитетрагональная призма.



Фиг. 188. Тетрагональная призма 1-го рода.

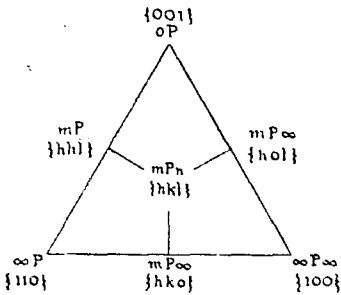


Фиг. 189. Тетрагональная призма 2-го рода.

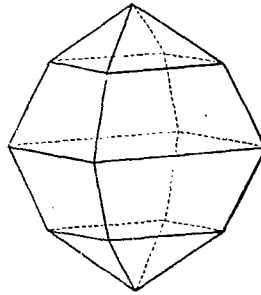
рять закону рациональности параметров, но бипирамиды другого вещества этому требованию не удовлетворяют и должны быть отнесены к другой единице, взятой из числа бипирамид этого второго вещества.

Этим кристаллы квадратной и всех прочих систем отличаются от кубической, где все кристаллы всех веществ составляют один общий кристаллический ряд.

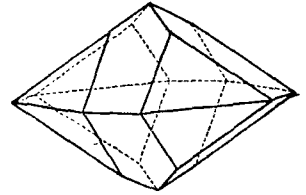
3. Квадратная бипирамида 2-го рода $\{h0l\}$, или mP^∞ , тождественна с бипирамидою 1-го рода, но иначе расположена относительно боковых осей. Основная бипирамида 2-го рода $\{101\}$.



Фиг. 190.



Фиг. 191.



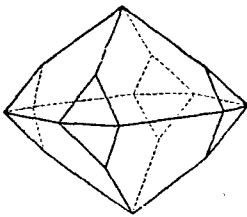
Фиг. 192.

4. Квадратная призма 1-го рода $\{110\}$, или ∞P .

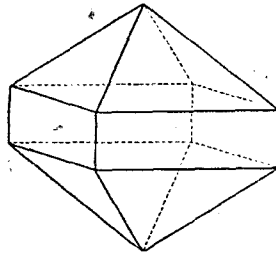
5. Квадратная призма 2-го рода $\{100\}$, или ∞P^∞ .

6. Дитетрагональная призма $\{hk0\}$, или ∞Pn .

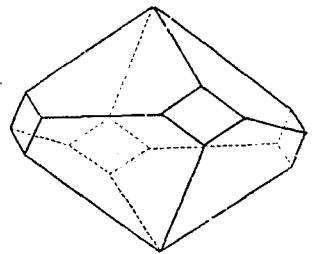
7. Базопинакоид $\{001\}$, или OP .



Фиг. 193.



Фиг. 194.

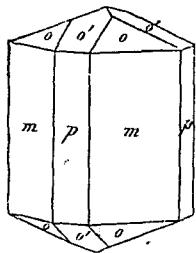


Фиг. 195.

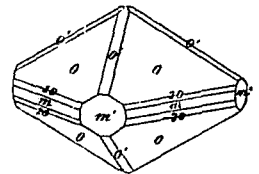
К формам тетрагональной системы применимо все, что сказано о соответствующих формах полногранного класса гексагональной системы с заменой лишь типа гексагонального типом тетрагональным.

Взаимоотношения семи простых форм полногранного класса квадратной системы могут быть иллюстрированы схемой фиг. 190.

Ср. тождественный по расположению в нем простых форм сферический треугольник $(100-001-110)$ на стереографической проекции фиг. 183.



Фиг. 196. Олово.

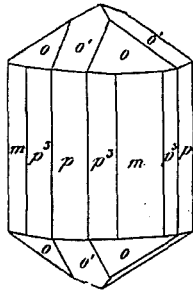


Фиг. 197. Бор.

Из двойниковых образований полногранного класса следует отметить коленчатые двойники срастания по плоскости пирамиды второго рода.

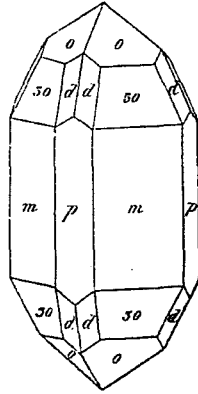
Из распространенных комбинаций можно отметить: притупление ребер призмы первого рода гранями призмы второго рода (фиг. 196) и

наоборот; притупление вершинных ребер пирамиды первого рода гранями пирамиды второго рода (фиг. 192), и наоборот; притупление вершинных углов бипирамид линакоидом. Когда комбинируются бипира-



Фиг. 198.

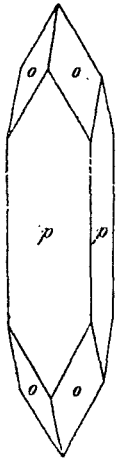
Оловянный камень.



Фиг. 199.

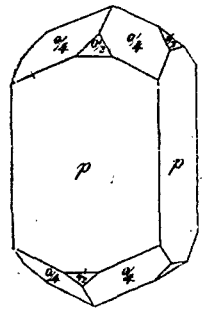
Циркон.

миды одного рода, но с различными параметрами по вертикальной оси, то более тупая бипирамида заостряет вершинные углы более острой (фиг. 191). В комбинациях двух различных бипирамид, одной первого и одной второго рода, облик комбинации меняется в зависимости от того, имеют ли обе бипирамиды одинаковые параметры по вертикальной оси, или различные; в первом случае грани одной бипирамиды притупляют ребра другой, во втором базальные ребра одной приостряют базальные углы другой (фиг. 193). Грани призмы притупляют базальные ребра соответствующих бипирамид (фиг. 194) или углы бипирамиды другого рода (фиг. 195).



Фиг. 200.

Каломель.



Фиг. 201.

Цианистая ртуть.

Примерами кристаллов полногранного класса квадратной системы могут служить следующие вещества: Оловянный камень, SnO^2 (фигура 198).

Циркон, $ZrSiO^4$ (фиг. 199).

Каломель (фиг. 200).

Цианистая ртуть (фиг. 201).

Бор, B .

Олово, Sn .

Гемиздрии квадратной системы.

Гемиздриа в квадратной системе повторяет все, что было указано для гексагональной. Если только заменить шестерную ось осью четверною и соответственно изменить число двойных осей и плоскостей, то получится полное повторение гемиздрических форм гексагональной системы с той же терминологией, но только в соответственных фигурах квадратной системы граней в полтора раза менее, чем в фигурах гексагональной системы.

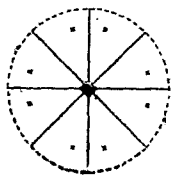
Как и в других системах, некоторые из многогранных фигур остаются геометрически неизменными и в гемиедриях, другие заменяются в соответствующих классах новыми фигурами. По внешнему виду принадлежность кристалла к гемиедрическому классу может быть установлена лишь в том случае, когда на нем имеются гемиедрические фигуры, не встречающиеся в многогранном классе. Если же кристалл состоит только из фигур, тождественных с многогранными или общих для нескольких классов, принадлежность его к гемиедрии и к определенному гемиедрическому классу может быть установлена лишь путем исследования фигур вытравления или некоторых других физических свойств. Так, напр., квадратная призма или пирамида (гемиедрическая) 3-го рода, в отдельности взятая, неотличима от многогранных квадратных призм или пирамид 1-го или 2-го рода; эти фигуры можно распознать только в подходящих для этого комбинациях или путем исследования физических свойств.

Гемиморфизм.

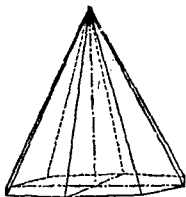
(Класс дитетрагональной пирамиды).

Симметрия: $L^4, 4P$.

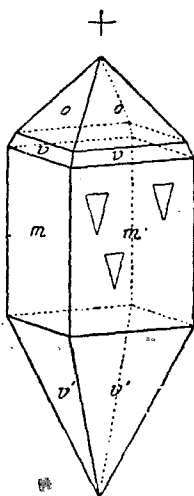
Из элементов симметрии многогранного класса здесь отсутствует главная плоскость симметрии, а вместе с нею исчезли и лежавшие в ней



Фиг. 202. Проекция элементов симметрии и граней фигуры $\{hkl\}$ в классе дитетрагональной пирамиды.

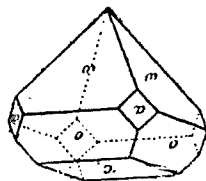


Фиг. 203. Дитетрагональная пирамида.

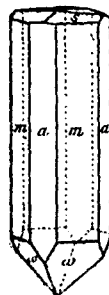


Фиг. 204.

Сушкин-йод-имид.



Фиг. 205.



Фиг. 206.

• Пента-эритрит.

оси симметрии, а также центр. Вследствие этого, пирамидальные фигуры и базопинакоид распались на самостоятельные верхние и нижние половинные фигуры, а вертикальная ось приобрела характер полярной оси.

Простые формы этого класса следующие:

Дитетрагональная пирамида	$\{hkl\}$	} верхняя и нижняя.
Тетрагональная пирамида 1-го рода	$\{hhl\}$	
Тетрагональная пирамида 2-го рода	$\{h0l\}$	
Дитетрагональная призма	$\{hko\}$	
Тетрагональная призма 1-го рода	$\{110\}$	
Тетрагональная призма 2-го рода	$\{100\}$	
Педион (базопинакоид), верхний	(001)	
нижний	$(00\bar{1})$	

Примеры:

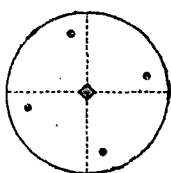
Фтористое серебро AgF .
Пента-эритрит. (Фиг. 205 и 206).

Бипирамидальная гемизедрия.

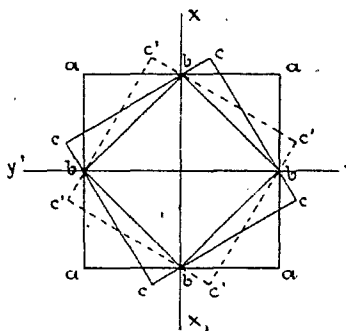
(Класс квадратной бипирамиды, или бипирамиды 3-го рода).

Симметрия: L^4, P, C .

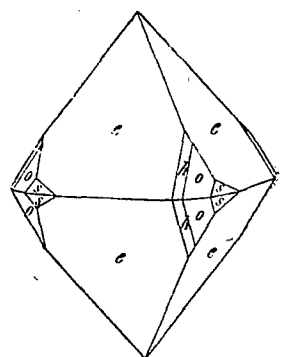
Только одна пирамидальная форма изменила свой вид по сравнению с полногранным классом, а именно, дитетрагональная бипирамида, которая превратилась в тетрагональную бипирамиду. В отдельности взятая, эта гемизедрическая бипирамида неотличима от полногранных бипирамид первого и второго рода. Но так как у нее по боковым



Фиг. 207. Проекция элементов симметрии $\{hkl\}$ в классе тетрагональной бипирамиды.



Фиг. 208. Базальные ребра: aa —пирамиды 2-го рода, bb —пирамиды 1-го рода, а cc и $c'c'$ —двух пирамид 3-го рода.



Фиг. 209. Шселит (h и s —бипирамиды 3-го рода).

осям неодинаковые параметры, т. е. она неодинаково наклонена к этим осям, то в комбинациях с другими бипирамидами или призмами она легко отличима.

Из дитетрагональной призмы соответственно получается тетрагональная призма третьего рода, отношение которой к призмам первого и второго рода, а соответственно и место в комбинациях вполне соответствует тому, что сказано относительно бипирамиды. На фиг. 208 представлен разрез через квадратные бипирамиды (призмы) по плоскости XU ; на нем отлично видны указанные взаимоотношения форм 1-го, 2-го и 3-го рода.

Остальные формы остаются без изменения; поэтому, понятно, что, если на кристаллах этого класса нет бипирамиды или призмы третьего рода или, наоборот, имеются эти последние, но нет других бипирамид или призм, которые могли бы служить для ориентировки, то принадлежность таких кристаллов к данному классу может быть установлена только на основании физических свойств, напр., на основании изучения фигур вытравления.

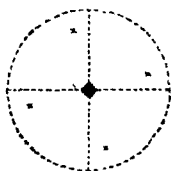
Наиболее характерным примером кристаллов класса тетрагональной пирамиды 3-го рода является минерал шеелит (вольфрамовокисый кальций) CaWO_4 (фиг. 209).

Гемиморфная тетартоэдрия.

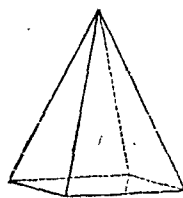
(Класс тетрагональной пирамиды).

Симметрия: L^4 .

В этом классе имеется только одна четверная ось симметрии; в наиболее общем случае формы, грани которой пересекают все три оси, но на разных расстояниях, достаточно для осуществления этой симметрии четырех граней, которые расположены все либо над базальным сечением, либо под ним. Если сравнить эту фигуру—тетрагональную пирамиду—с дитетрагональной бипирамидой, то окажется, что эта пирамида является четвертой частью

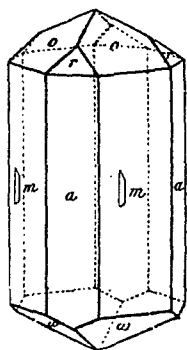


Фиг. 210. Проекция элементов симметрии и граней формы $\{hkl\}$ в классе тетрагональной пирамиды.



Фиг. 211. Тетрагональная пирамида $\{hkl\}$ тетартоэдрическая.

дитетрагональной бипирамиды и что из последней получается четыре одинаковые, но расположенные различно относительно координатных полуосей, тетрагональные пирамиды. С другой стороны, можно такую пирамиду рассматривать как гемиморфную половину бипирамиды 3-го рода; а так как последняя уже является гемиедрией дитетрагональной бипирамиды, тетрагональная пирамида оказывается результатом повторной гемиедрией, гемиедрией от гемиедрией, т. е., следовательно, тетартоэдрией.



Фиг. 212. Двойная винонокислая соль антимонита и бария.

По внешнему виду в отдельности взятая пирамида этого класса неотличима от пирамиды первого или второго рода в классе дитетрагональной пирамиды; в комбинациях она, конечно, легко отличается, так как имеет иное отношение параметров, чем названные пирамиды.

Простые формы этого класса:

Четыре пирамиды 3-го рода, две верхние и две нижние $\{hkl\}$.

Верхняя и нижняя пирамида второго рода $\{h0l\}$.

первого рода $\{hhl\}$.

Две призмы 3-го рода $\{hko\}$.

Призма 1-го рода $\{110\}$.
 " 2-го " $\{100\}$.

Верхний и нижний педион, (001) и $(00\bar{1})$.

Примером может служить вульфенит, молибденовоокислый свинец, $PbMoO_4$, и двойная правая виннокислая соль антимоила и бария (фиг. 212).

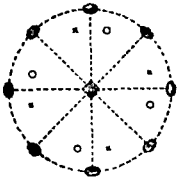
Трапецедрическая гемиздрия.

(Полносная гемиздрия).

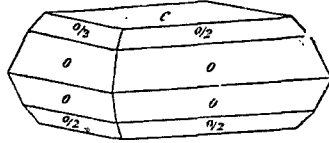
Симметрия: $L^4, 4L^2$.

Относительно этого класса можно повторить все, что было сказано по поводу соответствующего класса гексагональной системы или гироздрического класса кубической системы.

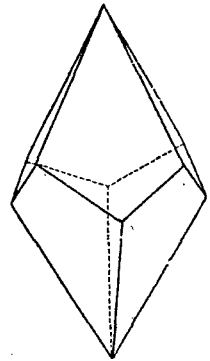
Дитетрагональная бипирамида $\{hkl\}$ заменена здесь тетрагональным трапецедром (правым и левым), остальные простые фигуры полногранного класса остаются без изменения.



Фиг. 213. Проекция элементов симметрии и грани формы $\{hkl\}$ в классе тетрагонального трапецедр.



Фиг. 215. Серноокислый никкель.



Фиг. 214. Тетрагональный трапецедр.

Пример:

Серноокислый никкель $NiSO_4 \cdot 6H_2O$ (фиг. 215).

Скаленоэдрическая гемиздрия.

(Класс тетрагонального скаленоэдра).

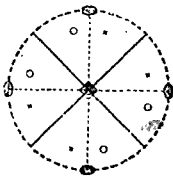
Симметрия: $L^4, 2L^2, 2P^1$.

Этот класс отличается тем, что вертикальная ось уже не четверная ось простой симметрии, а ось четверная сложной симметрии.

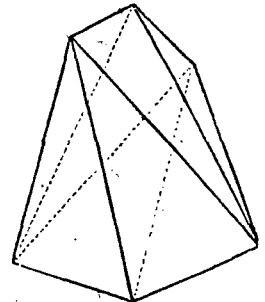
Все, что было сказано относительно класса гексагонального скаленоэдра, относится и к этому классу; соответственно простые фигуры здесь:

Тетрагональный скаленоэдр (положительный и отрицательный)

$\{hkl\}$ (фиг. 217).



Фиг. 216. Проекция элементов симметрии и грани формы $\{hkl\}$ в классе тетрагонального скаленоэдра.

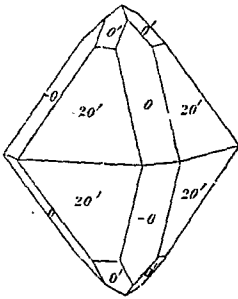


Фиг. 217. Тетрагональный скаленоэдр.

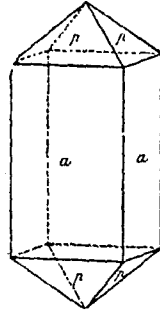
Бисфеноид 1-го рода (положительный и отрицательный) $\{hkl\}$.

Бипирамида 2-го рода.

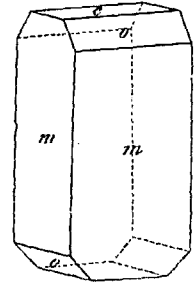
Призмы и базопинакоид переходят из полногранного класса без изменения.



Фиг. 218. Медный колчедан.



Фиг. 219. Кислый фосфорнокислый калий.

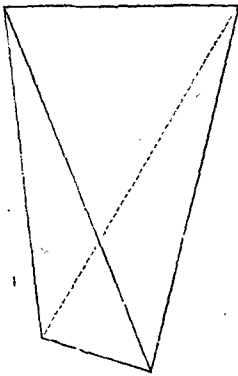


Фиг. 220. Мочевина.

В качестве примеров назовем медный колчедан $CuFeS^2$ (фиг. 218), кислый фосфорнокислый калий KH^2PO^4 (фиг. 219) и мочевину (фиг. 220).

Сфеноидальная тетартотдрия.

(Класс квадратного бисфеноида).



Фиг. 221. Тетрагональный бисфеноид.

Симметрия: U^4 .

Низшая степень симметрии, возможная в квадратной системе, определяется наличием одной только четверной оси сложной симметрии. Для осуществления этой симметрии достаточно в наиболее общем случае фигуры с тремя конечными неравными параметрами, достаточно четырех граней, лежащих так, как в тетраэдре кубической системы, но представляющих не равносторонние, а равнобедренные треугольники. Кристаллические оси проходят через середины ребер.

Все пирамидальные фигуры заменены здесь такими бисфеноидами.

Простые формы:

Четыре бисфеноида 3-го рода	$\{hkl\}$.
Два " 2-го "	$\{h0l\}$.
" " 1-го "	$\{hll\}$.
Две призмы 3-го рода	$\{hko\}$.
Призма 2-го "	$\{100\}$.
" 1-го "	$\{110\}$.
Базопинакоид	$\{001\}$.

Для наглядности расположим еще раз соответствующие классы трех систем кристаллов с главной осью, т. е., тригональные, тетрагональные и гексагональные, в параллельные ряды.

Гексагональная с.	Тетрагональная с.	Тригональная с.
$L^6, 6L^2, 6P, P, C.$	$L^4, 4L^2, 4P, P, C.$	$L^3, 3L^2, 3P, P.$
Кл. дигексагональной бипирамиды.	Кл. дитетрагональной бипирамиды.	Кл. дитригональной бипирамиды.
$L^6, 6P.$	$L^4, 4P.$	$L^3, 3P.$
Кл. дигексагональной пирамиды.	Кл. дитетрагональной пирамиды.	Кл. дитригональной пирамиды.
$L^6, P, C.$	$L^4, P, C.$	$L^3, P.$
Кл. гексагональной бипирамиды.	Кл. тетрагональной бипирамиды.	Кл. тригональной бипирамиды.
$L^6.$	$L^4.$	$L^3.$
Кл. гексагональной пирамиды.	Кл. тетрагональной пирамиды.	Кл. тригональной пирамиды.
$L^6, 6L^2.$	$L^4, 4L^2.$	$L^3, 3L^2.$
Кл. гексагонального трапецоэдра.	Кл. тетрагонального трапецоэдра.	Кл. тригонального трапецоэдра.
$L^6, 3L^2, 3P, 3P', C.$	$L^4, 2L^2, 2P'.$	
Кл. гексагонального скаленоэдра.	Кл. тетрагонального скаленоэдра.	
$L^6.$	$L^4.$	
Кл. ромбоэдра.	Кл. бисфеноида.	

Кристаллы без главной оси.

Все 32 класса кристаллов, соединенные в 6 систем, были сведены выше в три группы: 1) кристаллы с несколькими осями симметрии высшего наименования, 2) кристаллы с одной главной осью, 3) кристаллы без главных осей. Направление главной оси симметрии является, как было уже указано выше, направлением изотропности. Поэтому, приведенная группировка кристаллов является не только формальной систематикой, а имеет и физический смысл: три вышеприведенные группы, на которые делятся все кристаллы, в физическом отношении характеризуются так: 1) кристаллы с тремя взаимно перпендикулярными направлениями изотропности; по отношению к свойствам, выражаемым законом эллипсоида, они являются изотропными вообще; 2) кристаллы с одним направлением изотропности; 3) кристаллы без направлений изотропности, т. е., анизотропные вообще во всех направлениях и по отношению ко всем физическим свойствам. Группа кристаллов без главной оси обнимает все кристаллы, лишенные осей симметрии (сложной или простой) высших наименований. Сюда входят все кристаллы, в которых оси симметрии не выше L^2 или L^2 ; таблица классов симметрии на стр. 69 показывает, что таких классов всего 8 и что они группируются в три системы: триклиническую, моноклиническую и ромбическую.

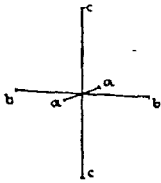
Ромбическая система.

Ромбическая система получила свое название от формы поперечного сечения вертикальной ромбической призмы. К этой системе принадлежат все кристаллы, которые могут быть отнесены к трем взаимно перпендикулярным неравным кристаллическим осям. Элементами кристалла являются таким образом:

$$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ,$$

$$a : b : c.$$

Один из параметров принимаем за единицу; остается два неизвестных, т.е., для определения элементов ромбического кристалла необходимо измерить два независимых двугранных угла.



Фиг. 222. Ромбические оси.

С точки зрения симметрии характеристикой кристаллов ромбической системы является, прежде всего, как и для других кристаллов без главной оси, отсутствие осей симметрии высшего наименования, симметрия кристаллов ромбической системы складывается из двойных осей и плоскостей симметрии; отличием от моноклинических и триклинических кристаллов является то обстоятельство, что тот или другой из этих элементов симметрии, т.е., либо двойные оси, либо плоскости симметрии, имеются в числе, большем единицы.

В состав ромбической системы входят три класса:

$3L^2, 3P, C$. . . Кл. ромбической бипирамиды.

$3L^2$ Кл. ромбического бисфеноида.

$L^2, 2P$ Кл. ромбической пирамиды.

В ромбической системе нет ни одного особенного направления, которое было-бы аналогично направлению вертикальной оси в кристаллах группы с одной главной осью; все три кристаллические оси различны и любую из них можно принять за вертикальную; постановка кристаллов в этом отношении является произвольной, за исключением разве класса $L^2, 2P$, где направление единственной оси симметрии принимается за вертикальную ось.

Из двух горизонтальных осей большая называется макро-осью, или макродиагональной, меньшая — брахи-осью, или брахидиагональной. Науман и нек. друг. принимают макро-ось за ось Y , а Миллер за ось X . Для однообразия будем и в символах Миллера относить первый индекс h к брахи-оси X , а второй k — к макро-оси Y .

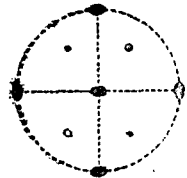
Класс ромбической бипирамиды.

(Полногранный класс).

Симметрия: $L^2, L'^2, L''^2, P, P', P'', C$.

В состав этого класса входят бипирамиды, призмы и пинакоиды

1. Ромбическая бипирамида $\{hkl\}$, или mPn , представляет как-бы две одинаковые ромбические пирамиды, сложенные основаниями (фиг. 224). Все три сечения фигуры координатными плоскостями являются ромбами. Элементы ограничения: 8 неравносторонних треугольников, 6 ромбических углов, из которых противолежащие попарно равны, и 12 ребер: 4 длинных и 4 коротких вершинных (т.е., пересекающих ось Z), и 4 базальных (т.е., лежащих в сечении XY).



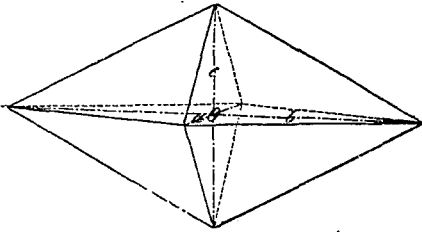
Фиг. 223. Проекция элементов симметрии и графической формы $\{hkl\}$.

В квадратной и гексагональной системе мы познакомились с существованием целого ряда бипирамид, имеющих одинаковые параметры по осям X и Y и отличающихся только параметром по оси Z , т.е., наклоном к вертикальной оси. Так как в ромбической системе нет особой единственной оси, которую приходится принимать за ось Z , а каждая ось является единственной (и, след., может быть при-

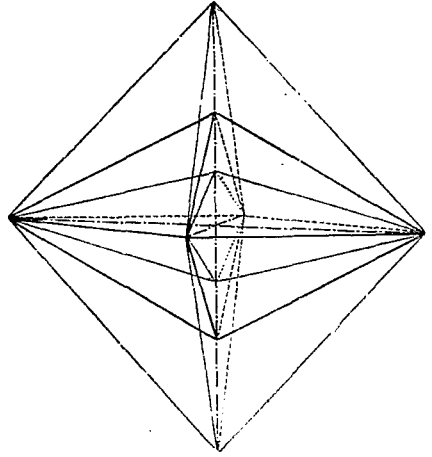
знята за вертикальную), то здесь, не считая основной бипирамиды, $\{111\}$, или P , возможно еще три ряда бипирамид:

бипирамиды вертикального ряда, отличающиеся только параметром по оси Z (фиг. 225);

бипирамиды брахидиagonalного ряда, или просто брахипирамиды, с переменным параметром по брахи-оси X (фиг. 227);



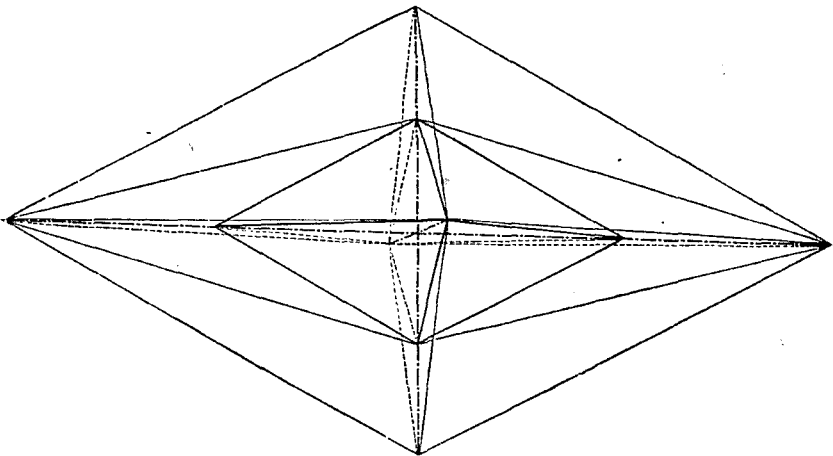
Фиг. 224. Ромбическая бипирамида.



Фиг. 225. Бипирамида вертикального ряда.

бипирамиды макроdiagonalного ряда, или макропирамиды, с переменным параметром по оси Y (фиг. 226).

Если плоскости параллельны одной из осей, т. е., пересекают на конечных расстояниях две оси, а по третьей имеют бесконечный параметр, то получаются призмы. В кристаллах с одной главной осью возможны призмы, только параллельные оси Z . Здесь, как это уже вы-



Фиг. 226. Макропирамиды.

текает из сказанного по поводу бипирамид, возможно три типа призм: призмы вертикального ряда, или, иначе, Z -призмы (параллельны оси Z , символ $\{hk0\}$, или ∞P ; Y -призмы (параллельны оси Y), символ $\{h0l\}$, или $mP\infty$ и, наконец, X -призмы (параллельны оси X), символ $\{0kl\}$ или $m\bar{P}\infty$.

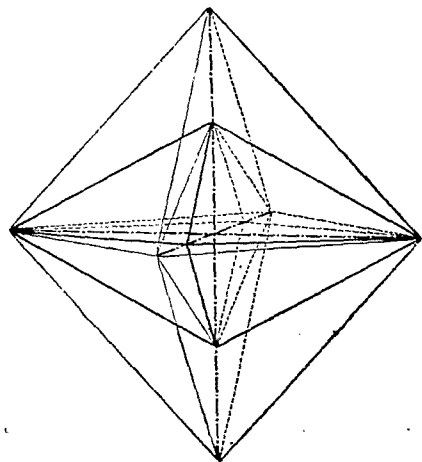
Последние две, т. е., Y -призмы и X -призмы, иначе называются лежащими призмами или домами, а именно, соответственно, макро-домами и брахидомами. В отдельности взятые вертикальные призмы,

брахидомы и макродомы неотличимы друг от друга, но они легко различаются по положению в комбинациях.

Вертикальный ряд, в свою очередь, включает в себя, соответственно бипирамидам:

основную вертикальную призму $\{110\}$, или ∞P ,
 брахипризмы $\{hk0\}$, или $\infty \bar{P}n$, и
 макропризмы $\{hk0\}$, или $\infty \bar{P}n$.

III. Когда плоскости параллельны двум осям, т. е., имеют только один конечный параметр, получаются пинакоиды. В кристаллах квадратной и гексагональной систем возможна только одна пара граней, параллельных координатной плоскости XU , т. е., базопинакоид. В ромбической системе, как вытекает из сказанного ранее, существует три таких пинакоида:



Фиг. 227. Брахипирамиды.

Базопинакоид, или XU -пинакоид: пара граней, параллельных базальному сечению; символ $\{001\}$, или oP .

Брахипинакоид, боковой пинакоид, или, иначе, XZ -пинакоид: пара граней, параллельных брахидигональному сечению; символ $\{010\}$, или $\infty \bar{P}\infty$.

Макропинакоид, передний пинакоид, или, иначе, YZ -пинакоид: пара граней параллельных макродиагональному сечению; символ $\{100\}$, или $\infty \bar{P}\infty$.

Как видно из сравнения с предыдущими системами, число открытых форм, в зависимости от понизившейся симметрии, значительно здесь возросло.

Комбинации имеют самый разнообразный облик, в зависимости от господства призматических, пирамидальных или пинакоидальных фигур; некоторые из них очень богаты гранями.

Двойники встречаются довольно часто; двойниковой плоскостью служит призма, брахидома, брахипирамида и нек. др.

Итак, в полногранном классе ромбической системы возможны следующие простые фигуры.

1) Ромбическая бипирамида $\{hkl\}$; основная форма $\{111\}$ и три ряда производных форм: ряд вертикальной бипирамиды, ряд брахидигональный и ряд макродиагональный.

2) Ромбическая призма $\{hk0\}$; основная призма $\{110\}$, ряд брахидигональных и ряд макродиагональных призм.

3) Брахидома $\{0kl\}$. Основная брахидома $\{011\}$.

4) Макродома $\{h0l\}$. Основная макродома $\{101\}$.

5) Брахипинакоид $\{010\}$.

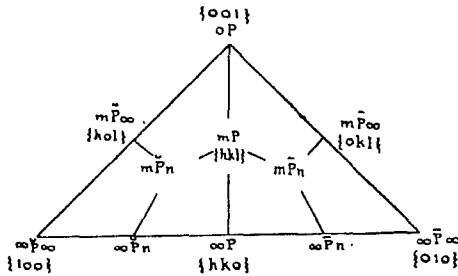
6) Макропинакоид $\{100\}$.

7) Базопинакоид $\{001\}$.

Зональные взаимоотношения этих простых фигур легко уясняются из стереографической проекции; еще нагляднее из специальной схемы Наумана (фиг. 228).

Представители класса ромбической бипирамиды довольно многочисленны.

Сера (*S*); бипирамидальные кристаллы (фиг. 229).
 Марказит (FeS^2).



Фиг. 228.

Углекислые соединения двухатомных элементов:

Арагонит ($CaCO^3$); кажущаяся симметрия полногранного класса, на самом деле гемидрия (фиг. 230).

Витерит ($BaCO^3$).

Церуссит ($PbCO^3$).

Сернистые соединения двухатомных элементов:

Барит, или тяжелый шпат ($BaSO^4$).

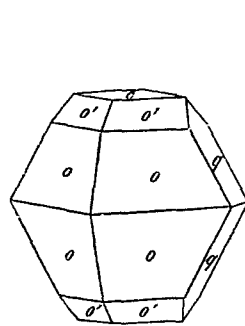
Ангидрит ($CaSO^4$).

Целестин ($SrSO^4$).

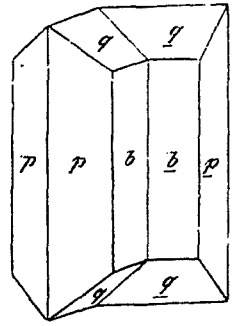
Англезит ($PbSO^4$).

Сернисто оливина, (Mg, Fe)² SiO^4 (фиг. 232).

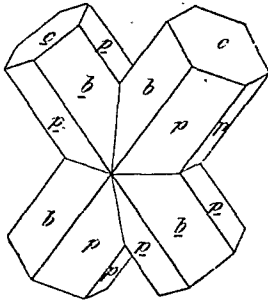
Ставролит, $FeHAAl^5Si^2O^{13}$; часто образует двойники прорастания по $\frac{3}{2}\bar{P}^3/2$ и по $\frac{3}{2}\bar{P}\infty$.



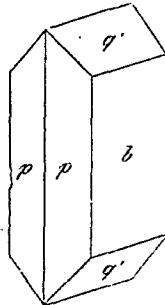
Фиг. 229. Сера.



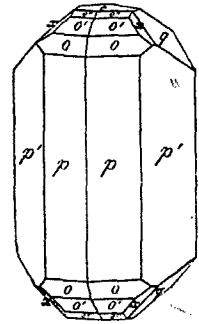
Фиг. 230. Арагонит.



Фиг. 231. Ставролит.



Фиг. 232. Оливин.



Фиг. 233. Топаз.

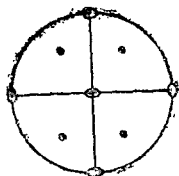
Топаз, $Al(F, OH)^2AlSiO^4$, призматические кристаллы с многочисленными бипирамидальными плоскостями, а также и пинакоиды.

Бензол (C^6H^6), в бипирамидах.

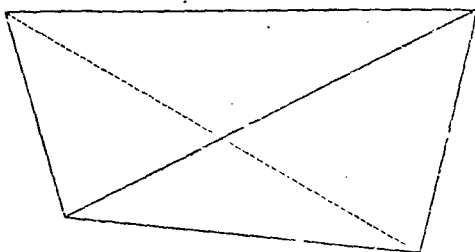
Гемизэдриа ромбической системы

(Бисфеноидальный класс).

Симметрия: $3L^2$ (или, вернее, L^2 , L'^2 , L''^2 —так как направления трех осей симметрии геометрически неравнозначны).

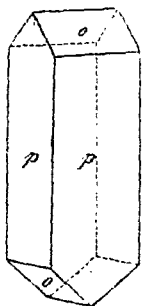


Фиг. 234. Проекция элементов симметрии и граней фигуры $\{hkl\}$.



Фиг. 235. Ромбический бисфеноид.

Отсутствие плоскостей симметрии ведет к тому, что из 8 граней ромбической бипирамиды здесь развиваются только те, которые лежат в попеременных октантах. Таким путем получается ромбический бисфеноид—замкнутая фигура, ограниченная четырьмя одинаковыми неравносторонними треугольниками. Кристаллические оси, совпадающие с двойными осями симметрии, соединяют середины ребер. Каждой ромбической бипирамиде соответствует два бисфеноида: тот, у которого передняя плоскость лежит над правым октантом, называется правым, а тот, у которого над левым,—левым.



Фиг. 236. Горькая соль.

Остальные простые формы этого класса геометрически неотличимы от полногранных, следовательно, в этом классе мы имеем:

Два бисфеноида $\{hkl\}$; остальные фигуры полногранного класса.

Примеры: Водная серномагнезильная соль (= горькая соль) $MgSO^4 \cdot 7H^2O$ (фиг. 236).

Сернокислый цинк (=цинковый купорос) $ZnSO^4 \cdot 7H^2O$.

Гемиморфизм ромбической системы.

(Класс ромбической пирамиды).

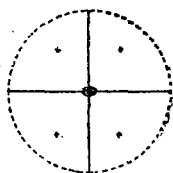
Симметрия: L^2 , $2P$.

Понижение симметрии полногранного класса на одну плоскость симметрии вместе с тем влечет за собою исчезновение и двух лежащих в ней осей симметрии. Остается, следовательно, только одна двойная ось симметрии, а потому та из кристаллических осей, с которой совпадает эта единственная ось симметрии, приобретает значение единственного, отличного от других направления. Эту единственную ось симметрии принимают за вертикальную ось Z и таким образом, в отличие от других кристаллов ромбической системы, гемиморфные кристаллы имеют только одну определенную постановку.

Вертикальная ось отличается от других осей еще и в другом отношении: она является осью полярной, у которой оба конца геометри-

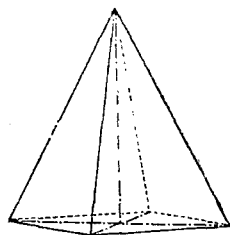
чески неодинаковы; вследствие этого проявляется полярность в этом направлении и для некоторых физических свойств, напр., для пирозлектричества.

Если обратиться к проекции полногранного класса и принять во внимание, что здесь исчезла горизонтальная плоскость симметрии (совпадающая с плоскостью проекции), легко убедиться, что в разбираемом классе грани



Фиг. 237. Проекция элементов симметрии и грани формы $\{hkl\}$.

четырех верхних октантов являются самостоятельными фигурами, так же как и грани четырех нижних октантов. Поэтому верхняя и нижняя грани базопинакоида являются самостоятельными фигурами — педионами, верхняя и нижняя половина бипирамиды развива-

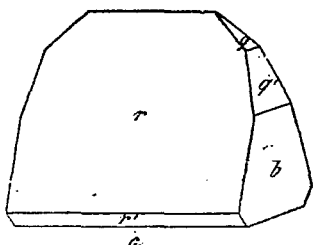


Фиг. 238. Ромбическая пирамида.

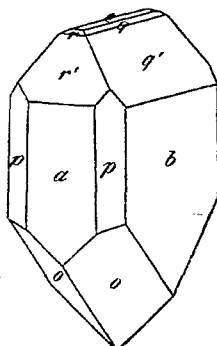
ются независимо друг от друга в виде верхней и нижней пирамиды; то же самое относится и к домам, между тем как вертикальные призмы и вертикальные пинакоиды остаются здесь без изменения.

Таким образом, в состав гемиморфного класса ромбической системы входят следующие простые фигуры:

- | | |
|--------------------------------|-------------|
| Пирамиды, верхняя и нижняя | $\{hkl\}$. |
| Макродомы (гемидомы, сфеноиды) | $\{0kl\}$. |
| Брахидомы " " | $\{h0l\}$. |



Фиг. 239. Струвит.



Фиг. 240. Каламин.

Остальные фигуры, как в полногранном классе.

Примеры этого класса довольно многочисленны:

Струвит $MgNH^+PO^+ \cdot 6H^2O$ (фиг. 239).

Каламин $Zn^2(HO)^2SiO^3$ (фиг. 240).

Калиевая селитра KNO^3 .

Моноклиническая система.

Под названием моноклинической системы соединяют те классы, которые характеризуются наличием каждого элемента симметрии лишь в единственном числе, причем ось не может быть выше двойной. Очевидно, что возможно существование лишь трех классов, удовлетворяющих этому условию, а именно: 1) класс с одной двойной осью, 2) класс с одной плоскостью симметрии, 3) класс с одной осью и одной плоскостью (которые, как мы знаем, в таком случае взаимно перпенди-

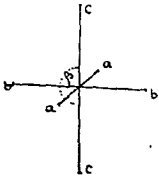
кулярны). Следовательно, в состав моноклинической системы входят классы:

Кл. призматический. L^2, P, C .

Кл. сфеноидальный. L^2 .

Кл. домати́ческий. P .

Кристаллические оси, к которым могут быть отнесены кристаллы моноклинической системы (фиг. 241), представляют три неравные по длине прямые, из которых одна перпендикулярна к двум другим, пересекающимся между собою под косым углом; величина этого угла является характерным индивидуальным признаком каждого данного вещества, кристаллизующегося в моноклинической системе. Таким образом элементы моноклинического кристалла сводятся к трем неизвестным: углу β между осями и длине осей a и c (так как длину одной из трех осей всегда можно принять за единицу).



Фиг. 241. Оси моноклинические.

Для определения всех элементов моноклинического кристалла требуется измерение трех независимых двугранных углов.

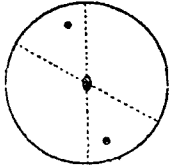
В моноклинической системе, в силу ее низкой степени симметрии, отсутствуют закрытые фигуры, а имеются лишь призмы, пинакоиды, сфеноиды, педионы. Термины гемипирамида и гемипризма, употребляемые здесь, имеют такое-же условное значение, как и в следующей, наименее симметричной системе, триклинической.

Все три кристаллические оси моноклинической системы являются самостоятельными в геометрическом отношении; каждая из них отвечает особому кристаллическому направлению и нет таких осей, которые были-бы тождественны по длине и по своему положению относительно одинаковых элементов ограничения кристаллов. В силу этого обстоятельства призматические фигуры, имеющие один бесконечный параметр, могут иметь осью зоны любую из трех кристаллических осей, а плоскости пинакоидов, у которых только один параметр конечный, могут сидеть на концах любой из трех кристаллических осей. Другими словами, в моноклинической системе возможно существование нескольких одинаковых призм и пинакоидов, которые, в отдельности взятые, вполне тождественны, а различаются лишь своим положением в комбинациях. Чтобы различать такие фигуры, вводится определенная установка кристаллических осей, а также употребляются и некоторые дополнительные термины, а в способе обозначения Наумана и некоторые дополнительные знаки. Кристаллическая ось Y , перпендикулярная двум другим осям, X и Z , совмещается с L^2 или с перпендикуляром к P (в домати́ческом классе). Она располагается, как обычно, параллельно наблюдателю и называется ортодиагональю, или ортоосью. Ось Z устанавливается вертикально, ось X —наклонно, с таким расчетом, чтобы тупой угол β был обращен к наблюдателю. Ось X называется клиноосью, или клинодиагональю. Согласно со сказанным, различаются фигуры клинодиагонального ряда и ортодиагонального; в обозначении Наумана буква P перечеркивается наклонной чертой для клинодиагонального ряда и горизонтальной для ортодиагонального P , или же символ ортодиагональной фигуры пишется без всяких добавочных знаков, а символ клинодиагональной заключается в скобки. Так, напр., первый пинакоид $\{100\}$ будет ортопинакоид и обозначается $\infty P \infty$ или $\infty - P \infty$, а второй пинакоид $\{010\}$ будет клинопинакоид и имеет символ $(\infty P \infty)$ или $\infty - P \infty$.

Полногранный класс, или призматический.

Симметрия L^2, P, C .

Как показывает название класса, типичной для него фигурой является призма. В этом классе имеются следующие фигуры:



Фиг. 242. Проекция элементов симметрии и грани формы $\{hkl\}$ на (010) .

1. Первый пинакоид ¹⁾ = ортопинакоид = передний пинакоид = YZ -пинакоид, $\{100\}, \infty P \infty$; или $\infty - P \infty$.

2. Второй пинакоид = клинопинакоид = боковой пинакоид = XZ -пинакоид, $\{010\}, (\infty P \infty)$ или $\infty - P \infty$.

3. Третий пинакоид = базопинакоид = XU -пинакоид, $\{001\}, oP$.

4. Призма первого рода = клинодома, $\{0kl\}, (mP \infty)$ или $m - P \infty$.
5. Пинакоид второго рода = U -пинакоид $\{h0l\}, mP \infty$ или $m - P \infty$.
6. Призма третьего рода = призма вертикального ряда, $\{hk0\}, \infty P$.
7. Призма четвертого рода = гемипирамида, $\{hkl\}, mP_n$.

В формах 5 и 7 различают два U -пинакоида и две гемипирамиды, называя, по Науману, положительной ту из этих фигур, которая расположена против острого угла β между осями X и Z , и отрицательной ту, которая расположена против тупого угла β .

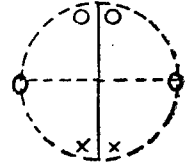
Следует, впрочем, заметить, что это способ обозначения несколько сбивчив, так как передняя фигура называется здесь отрицательной, а задняя положительной, между тем, как обычно принято передний конец оси X считать за положительный, а задний за отрицательный.

В форме № 7 подразумевается, собственно, три ряда фигур:

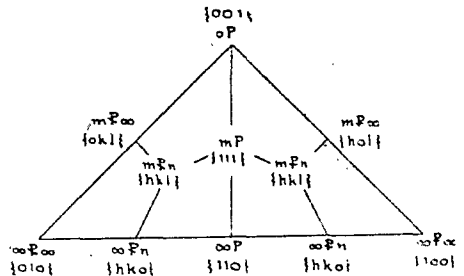
1) основной ряд гемипирамид с одинаковыми параметрами по осям X и Y и переменным параметром по оси Z . . . mP или даже P , если некоторую гемипирамиду принять за основную;

2) клинодиагональный ряд, т. е., клинопирамиды mP_n , у которых постоянным является параметр по оси Y ;

3) ортодиагональный ряд, т. е., ортопирамиды, mP_n , у которых постоянным является параметр по оси X . Подобным же образом, когда мы говорим о № 6, то мыслим здесь: 1) основную призму ∞P , 2) ряд клинопризм $\infty - P_n$, у которых параметр по оси X больше, чем у основной призмы, и 3) ряд ортопризм $\infty - P_n$, у которых больше параметр по оси Y . Совершенно так же мы могли бы разбить и №№ 4 и 5 на $P \infty$ и на $mP \infty$, более острые и более тупые, чем $P \infty$.



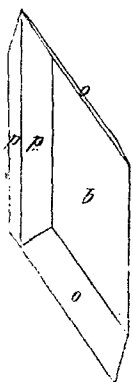
Фиг. 243. Проекция тех же э. с. и граней на плоскость, перпендикулярную призматической зоне.



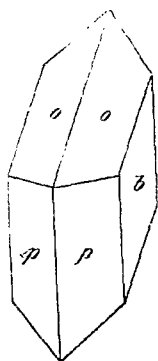
Фиг. 244.

¹⁾ См. стр. 138.

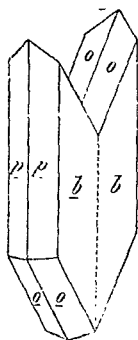
Для запоминания зональных соотношений всех простых фигур полногранного класса моноклинической системы пользуются стереографической проекцией или Наумановской схемой (фиг. 215):



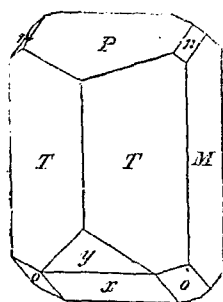
Фиг. 245.



Фиг. 246.



Фиг. 247.

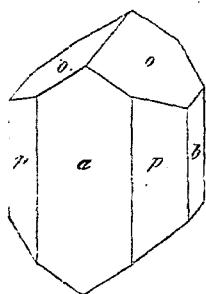


Фиг. 248. Ортоклаз.

Г и с.

Внешний облик кристаллов моноклинической системы разнообразен, в зависимости от того, какие фигуры входят в комбинацию и какие из них преобладают. Так, большинство кристаллов этой системы вытянуты по вертикальной оси, но есть и такие, которые развились преимущественно по направлению орто-оси; одни имеют облик призматический, другие таблицеобразный, иногда пирамидальный.

Из двойниковых образований особенно распространены двойники сростания по плоскости ортопинакоида или двойники проростания, причем двойниковой осью служит вертикальная ось.



Фиг. 249. Авгит.

Примеры:

Сера; кристаллы, которые получаются из расплавленной серы.

Гипс $CaSO_4 \cdot 2H_2O$. Кристаллы вытянуты по вертикальной оси, сплюснуты по клинопинакоиду; двойники по ортопинакоиду (фиг. 245—247).

Ортоклаз $K_2O \cdot Al_2O_3 \cdot 6SiO_2$ (фиг. 36 и 248).

Авгит (фиг. 249).

Роговая обманка.

Слюда.

Гемиморфный класс, или сфеноидальный.

Симметрия: L^2 .

Так как здесь имеется только одна двойная ось симметрии, а плоскость симметрии, характерная для полногранного класса, здесь отсутствует, то правая и левая части полногранных фигур, которые этой плоскостью делятся пополам, являются в виде самостоятельных фигур, между тем как те фигуры, у которых одни грани лежат по правую сторону, а другие по левую от этой плоскости, являются в виде самостоятельных фигур.

Простые формы этого класса следующие:

Четыре тетартопирамиды— $\{hkl\}$.

Две геми-ортодомы.

Две гемибрахидомы.

Две гемипризмы.

Ортопинакоид.

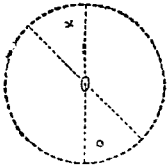
Два гемиклинопинакоида.

Базопинакоид.

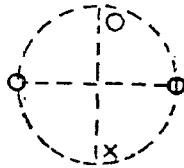
Примером кристаллов этого класса могут служить некоторые искусственно кристаллизующиеся вещества; напр.:

Сернистый литий, $LiSO^+H^2O$.

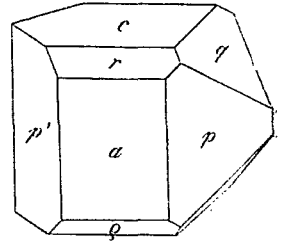
Винная кислота, $C^+H^0O^6$ (фиг. 252).



Фиг. 250. Проекция формы $\{hkl\}$ и элементов симметрии на плоскость (010).



Фиг. 251. Та же форма $\{hkl\}$ и L_2 , проекция на плоскость, перпендикулярную призматической зоне.



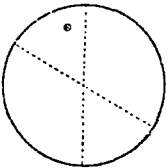
Фиг. 252. Правая винная кислота.

Гемиздрия моноклинической системы.

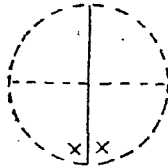
(Класс доматический).

Симметрия: P .

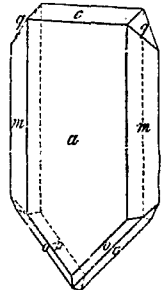
Это единственный класс, в котором симметрия исчерпывается плоскостью симметрии, а осей симметрии нет. Ясно, что может существовать лишь один класс кристаллов с плоскостью симметрии, но без



Фиг. 253. Проекция плоскости симметрии и граней формы $\{hkl\}$ на плоскость (010).



Фиг. 254. Проекция P и $\{hkl\}$ на плоскость, перпендикулярную призматической зоне.



Фиг. 255. Тетрагидроксиновый калий.

осей; стоит только вспомнить, что линия пересечения двух или нескольких плоскостей симметрии непременно является осью симметрии, чтобы убедиться в правильности сказанного.

Простые формы этого класса следующие:

Четыре тетрагопирамиды $\{hkl\}$.

Два геми-У-пинакоида.

Две геми-клинодомы.

Две гемипризмы.

Ортопинакоид.

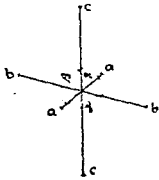
Два геми-клинопинакоида.

Геми-базопинакоид.

Примерами могут служить некоторые искусственно кристаллизующие соли, напр., тетраиновокислый калий, $K^2S^4O^6$ (фиг. 255).

Триклиническая система.

Название „триклиническая“ указывает на то, что в причисляемых к этой системе кристаллах все углы между кристаллическими осями косые. Так как кристаллические оси неравны по длине, то получается пять неизвестных элементов: углы между осями α , β , γ и длины осей a и c . Для определения элементов триклинического кристалла требуется след., измерение пяти независимых углов.



Фиг. 256. Оси триклинической системы.

Из двух классов триклинической системы — один, а именно гемиэдрический совершенно лишен симметрии; это асимметрический класс триклинической системы. Второй класс, пинакоидальный, или полногранный, имеет только центр симметрии (или, что то-же самое, двойную ось сложной симметрии).

Относительно постановки кристаллов, наименования осей и рядов пирамидальных и призматических граней здесь может быть повторено все, что было сказано по поводу ромбической системы, с той лишь разницей, что, в силу более низкой степени симметрии, фигуры здесь проще; они в полногранном классе все являются пинакоидами, а в асимметрическом — педионами.

Обыкновенно триклинические кристаллы ставят так, чтобы базопинакоид был наклонен слева направо и сзади вперед.

Запомним, что за кристаллические оси могут быть приняты любые три ребра.

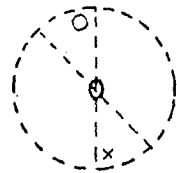
Полногранный класс.

(Класс пинакоида).

Симметрия: C_2 или I^2 .

Все простые фигуры этого класса, независимо от того, сложены ли они из граней пинакоидального, призматического или пирамидального типа, представляют пинакоиды, т. е., пары одинаковых параллельных плоскостей, которые, в отдельности взятые, неотличимы, а различаются лишь своими параметрами, т. е., положением в комбинациях.

В триклинической системе особенно удобно пользоваться терминологией, предложенной Федоровым и заключающейся в следующем.

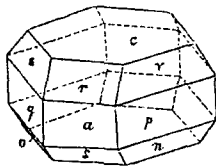


Фиг. 257. Проекция формы $\{hkl\}$.

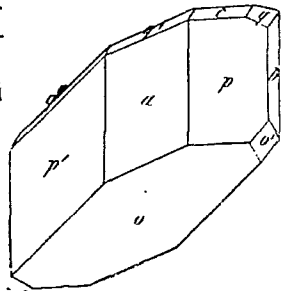
Фигуры, имеющие только один конечный параметр, называют первой фигурой (в данном случае первым пинакоидом), второй или третьей, в зависимости от того, относится ли конечный параметр к первой оси, т. е., X, ко второй—Y, или к третьей—Z.

Фигуры, имеющие лишь один бесконечный параметр по оси X, или по оси Y, или по оси Z, называются соответственно фигурами 1-го рода, 2-го рода и 3-го рода.

Наконец, фигуры, у которых по всем трем осям параметры конечные, называют фигурами 4-го рода.



Фиг. 258. Сассолин.

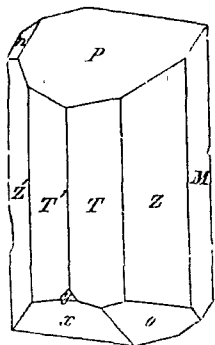


Фиг. 259. Медный купорос.

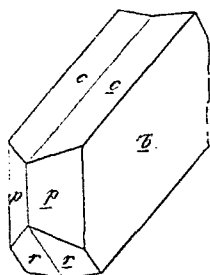
По этой терминологии в полногранном классе триклинической системы имеются следующие семь фигур:

Первый пинакоид	{100}.
Второй "	{010}.
Третий "	{001}.
Пинакоид 1-го рода	{0kl}.
" 2-го "	{h0l}.
" 3-го "	{hk0}.
" 4-го "	{hkl}.

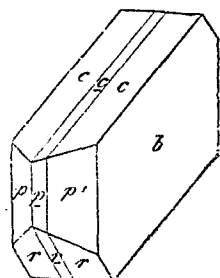
Удобно также называть пинакоиды по кристаллическим осям. YZ-пинакоид {100}, XZ-пинакоид {010}, XY-пинакоид {001}, X-пина-



Фиг. 260. Альбит.



Фиг. 261.



Фиг. 262.

Двойники плагиоклаза.

коид {0kl}, Y-пинакоид {h0l}, Z-пинакоид {hk0}, наклонный пинакоид {hkl}.

Можно пользоваться и другой терминологией, которая составлена так, чтобы подчеркнуть аналогию в расположении тех или иных фигур, с соответственными формами ромбической системы, а именно:

- Базопинакоид.
- Брахипинакоид.
- Макропинакоид.

Гемипризма вертикального, брахидиагонального и макродиагонального ряда.

Гемидома макродиагональная и брахидиагональная.

Тетартопирамиды вертикального, брахидиагонального и макродиагонального рядов.

Примерами кристаллов этого класса могут служить:

Сассолин, борная кислота $B(OH)^3$ (фиг. 258).

Медный купорос, $CuSO^4 \cdot 5H^2O$ (фиг. 259).

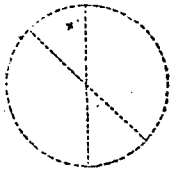
Известковонатровые полевые шпаты (плаггиоклазы), напр., олигоклаз, лабрадор, а также альбит $Na^2OAl^2O^3 \cdot 6SiO^3$ и анортит $CaOAl^2O^3 \cdot 2SiO^2$ (фиг. 229—231).

Дистен, или кианит, $Al^2O^3SiO^2$.

Асимметрический класс.

(Кл. педиона, гемнэдриа триклинической системы).

Симметрии нет; каждая фигура представлена одной гранью, другими словами, каждая грань является самостоятельной простой формой. След., все фигуры здесь педионы, которые и могут быть классифицированы таким образом:



Фиг. 263. Проекция формы $\{hkl\}$ в асимметрическом классе.

Педион 1-го рода $\{Ok\bar{l}\}$

„ 2-го „ $\{hOl\}$

„ 3-го „ $\{h\bar{k}O\}$

„ 4-го „ $\{h\bar{k}\bar{l}\}$

Первый педион $\{100\}$

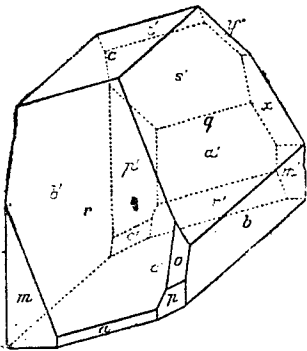
Второй „ $\{010\}$

Третий „ $\{001\}$

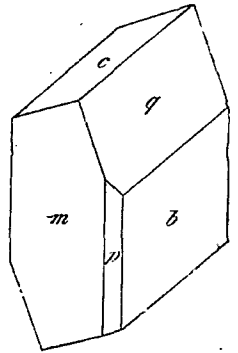
{ положительные
и отрицательные

На кристаллах этого класса особенно резко выступает значение закона рациональности параметров, как наиболее общего закона геометрической кристаллографии, охватывающего одинаково и кристаллы той или иной степени симметрии, и кристаллы, вовсе лишенные симметрии. Не будь этого закона, асимметрические кристаллы представляли бы беспорядочное сочетание отдельных граней; на самом деле на одном кристалле встречаются лишь те грани, которые удовлетворяют закону рациональности параметров.

Примеры этого класса можно найти в некоторых солях, напр., дитионовокислый кальций, $CaS^2O^3 \cdot 6H^2O$ (фиг. 264 и 265), кислый виннокислый кальций.



Фиг. 264. Дитионовокислый кальций.



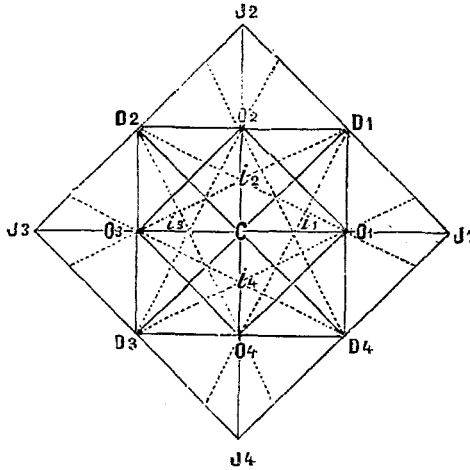
Фиг. 265. Дитионовокислый кальций.

III часть: приложения.

1. Дополнения о проекциях.

В главе 9-й мы познакомились подробно со стереографической проекцией кристаллов. Остановимся здесь вкратце еще на проекциях линейной и гномонической, которые также представляют свои удобства и употребляются некоторыми кристаллографами даже предпочтительно перед первой.

Основания линейной, или Квенштедтовой, проекции заключаются в следующем. Каждая плоскость изображается прямою, представляющей линию пересечения данной плоскости с плоскостью



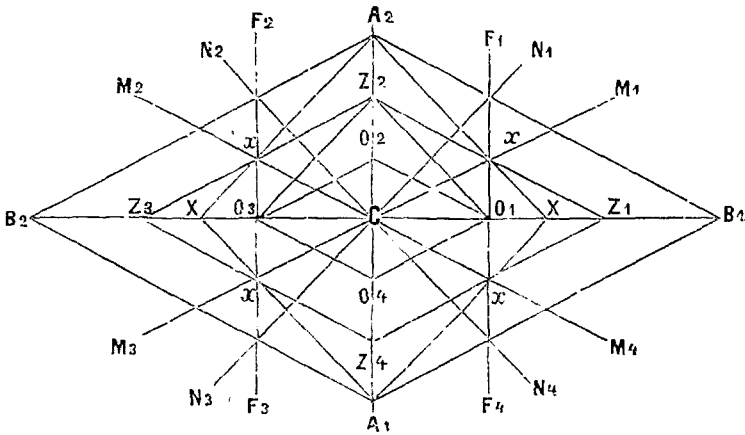
Фиг. 266.

Пример линейной проекции.

рисунка, если допустить, что все грани кристалла проходят через одну и ту же точку. Для этого приходится мысленно перемещать грани параллельно самим себе (по направлению от центра или к нему) до тех пор, пока они не пересекутся в одной точке, отстоящей в вертикальном направлении от центра рисунка на длину вертикальной оси основной формы данного кристалла. Пары параллельных плоскостей при этом сливаются в одну и, следовательно, на проекции изображаются одной прямой. За плоскость проекции, очевидно, при этом принимают плоскость, перпендикулярную к вертикальной оси, а следовательно, обыкновенно перпендикулярную и к важной зоне кристалла. Все тавтозональные плоскости при вышеуказанном мысленном их перемещении

пересекаются в оси зоны; пересечение этой оси с плоскостью проекции дает так называемую з о н а л ь н у ю (или узловую) т о ч к у, через которую проходят проекции всех граней данной зоны. В том случае, когда эта точка отстоит бесконечно далеко от центра рисунка, проекции плоскостей данной зоны изображаются параллельными линиями. Точки пересечения нескольких прямых, т. е., узловые точки, служат указанием, что грани, изображаемые этими прямыми, лежат в одной зоне. Черчение простых и наглядных линейных проекций, которыми некоторые кристаллографы пользуются и для кристаллографических вычислений, легко уяснить себе на двух следующих примерах.

1) Требуется начертить проекцию кубической комбинации $O, \infty O \infty O$ и $2O2$ (фиг. 266). Пусть плоскостью проекции будет грань куба, точкой пересечения всех граней—точка, отстоящая вертикально от середины проекции на $CO_1=1$. Если мысленно передвинуть две вертикальные пары граней куба так, чтобы они прошли через эту точку,



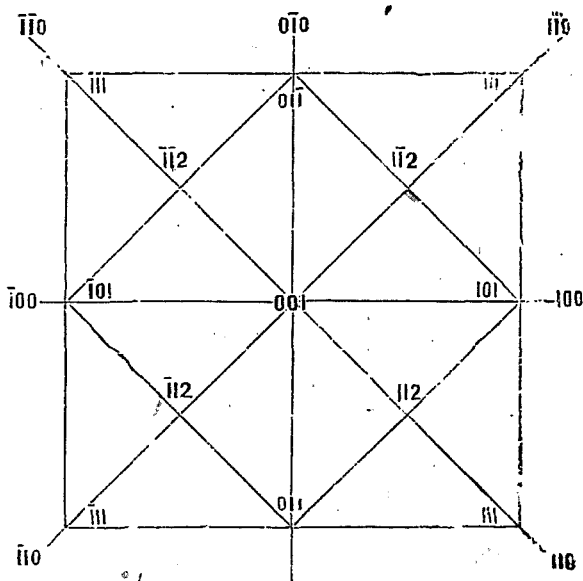
Фиг. 267.

Пример линейной проекции.

то они пересекут плоскость рисунка в прямых J_1J_3 и J_2J_4 , которые будут, вместе с тем также и проекциями горизонтальных осей. Так как плоскости октаэдра пересекают горизонтальные оси на расстоянии, равном 1, то проекция четырех пар граней октаэдра изобразится прямыми O_1O_2 , O_2O_3 , O_3O_4 и O_4O_1 . Ромбический додекаэдр даёт 6 проекционных линий: 4 из них, а именно D_1D_2 , D_2D_3 , D_3D_4 , D_4D_1 , соответствуют четырем парам плоскостей, имеющим по вертикальной оси параметр, равный 1, и 2: D_1D_3 , D_2D_4 соответствуют четырем вертикальным граням, параллельным вертикальной оси. Проекция икоситетраэдра $2O2$ несколько сложнее: четыре верхние и четыре нижние грани пересекают вертикальную ось на расстоянии $=1$, а следовательно, их проекции будут: J_1J_2 , J_2J_3 , J_3J_4 , J_4J_1 , при чем $CO_1=2$. CO_1 и т. д. Те плоскости, которые по вертикальной оси имеют параметр $=2$, следует мысленно передвинуть так, чтобы отношение осей из $2:2:1$ сделалось $1:1:1/2$; в таком случае получаются проекции $i_1O_2, i_2O_1, i_2O_3, i_3O_2, i_3O_4, i_4O_3, i_4O_1, i_1O_4$, пересекающие горизонтальные оси на расстояниях равных 1 и $1/2$. Не трудно убедиться, что на проведенной проекции наглядно выступают все зоны

изображенной комбинации; так, напр., в точке D_1 встречаются две грани додекаэдра с плоскостью 202, притупляющее ребро между ними, и в этой же зоне лежат еще две грани икоситетраэдра и т. д.

2) Проекция ромбического кристалла топаза, представляющего комбинацию: ∞P , $\infty \bar{P}2$, P , $1/2P$, $1/3P$, OP , $\bar{P}\infty$. Плоскостью проекции служит базопинакоид; точкой пересечения всех плоскостей— c , отстоящая в вертикальном направлении от центра проекции C на расстоянии, равное вертикальной оси основной формы. В таком случае A_1A_2 будет проекцией брахипинакоида, a , следовательно, и направлением брахидиагонали; B_1B_2 —проекция макропинакоида и направление макродиагонали. Сделаем $CO_1:CO_2=b:a$ основной формы $=1:0,5285$; тогда O_1O_2 , O_2O_3 , O_3O_4 , O_4O_1 будут проекцией основной пирамиды P . Чтобы получить проекцию



Фиг. 268.

Пример гномонической проекции.

$1/2P$, нужно ее грани передвинуть настолько, чтобы они пересекали вертикальную ось на расстоянии равном c , брахидиагональ—на расстоянии $CZ_2=2 \cdot CO_2$, макродиагональ—на расстоянии $CZ_1=2 \cdot CO_1$. Проекция $1/2P$ будет $Z_1Z_2Z_3Z_4$. Поступая таким же образом с $1/3P$, найдем $B_1A_2B_2A_1$. Нетрудно убедиться, что проекцией домы $\bar{P} \infty$ будет F_1F_4 и F_2F_3 , основной призмы $\infty P—M_1M_3$, M_2M_4 (параллельно O_2O_3 и O_1O_2), брахипризмы $\infty \bar{P}2—N_1N_3$, N_2N_4 (параллельно Z_2O_3 и O_1Z_2). Допустим, что требуется еще найти проекцию производной пирамиды x , лежащей как в зоне $\bar{P} \infty : 1/2P$ (зональная точка x), так и в зоне $1/3P : 1/3P$ (тупой угол; зональные точки A_1 и A_2). Следовательно, проекция искомой пирамиды должна пройти через точки x , A_1 и A_2 , и она будет XA_2XA_1 . Непосредственные измерения показывают, что $O_1X=XZ_1$, что, следовательно, пирамида x пересекает кристаллографические оси a , b , c на расстоянии $3a:3/2b:c$, а это соответствует параметрам $2a:b:2/3c$; таким образом, мы находим, что $x = 2/2_3P$.

Гномоническая (или гностереографическая) проекция, так же как и стереографическая,—вид сферической проекции. От обыкновенной стереографической она отличается тем, что со сферы полюсы проектируются не на экваториальный круг, а на плоскость касательную к сфере в верхней точке вертикального диаметра и параллельную основному кругу. Глаз при этом помещается в центре сферы. Проекции граней получаются в виде прямых линий, образующих сеть треугольников, которые, хотя и ограничены прямыми линиями, тем не менее сферические, так как представляют проекции отрезков шаровой поверхности. Удобство этой проекции состоит в том, что она не требует черчения кривых; к числу ее неудобств следует отнести ее большие размеры и бесконечное протяжение некоторых линий. На фиг. 268 дана проекция нескольких форм ромбической системы.

2. Таблица—ключ для определения классов симметрии.

Для того, чтобы привыкнуть различать классы симметрии и по внешнему облику, иногда дополненному определением некоторых углов при помощи прикасательного гониометра, определять принадлежность кристалла к той или иной системе, полезно и даже необходимо упражняться на моделях кристаллов или на крупных хорошо образованных кристаллах. При некотором навыке принадлежность модели или кристалла к системе, а в некоторых случаях даже и класс, к которому принадлежит данная модель или данный кристалл, легко определяется по внешнему облику кристалла и остается лишь проверить правильность сделанного предположения. В начале приходится идти систематически, пользуясь либо кристаллическими осями, либо осями и другими элементами симметрии. Нижеследующая таблица, помещенная на стр. 140—141, служит для облегчения таких определений. Как ею пользоваться, видно непосредственно из самой таблицы—ключа. Полезно запомнить также следующие практические указания:

1. Не следует произвольно вертеть в руках кристалл, а найдя вертикальную ось или приняв какое-нибудь ребро за таковую, следует стараться при последующих вращениях и иных манипуляциях сохранять вертикальную ось в вертикальном положении.

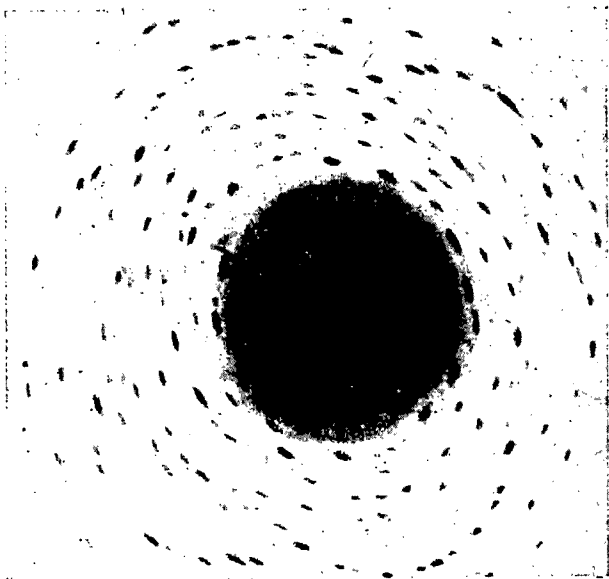
2. Следует выяснить себе, сколько различных элементов ограничения у данного кристалла, и каждый из них испытать на ось или плоскость симметрии; так, напр., если на кристалле два рода граней, то следует посмотреть, не проходит ли через их середину ось симметрии и какая именно, или не проходит ли через эти грани плоскость симметрии; если на этом же кристалле три рода ребер, то относительно каждого рода ребер следует убедиться, не проходят ли через середину этих ребер оси, или не проходит ли через них плоскость симметрии; то же самое следует сделать и с каждым родом углов.

Если констатировано, что через какое-нибудь ребро или какую-нибудь грань проходит ось симметрии, то следует немедленно убедиться, не проходит ли такая же ось и через остальные одноименные ребра и грани или углы.

3. Рентгенография кристаллов.

Применение рентгеновых лучей для исследования внутренней структуры кристаллов основывается на том существенном признаке их, отличающем их от лучей видимого света, что длины их волн весьма коротки, примерно в 10.000 раз короче волн световых; в то же время они приблизительно такого же порядка, как расстояния между плоскими сетками в пространственных решетках кристаллов. Впервые мысль об этом высказана была Лауэ, указавшим на теоретическую возможность употреблять кристаллы в качестве пространственных диффракционных решеток для рентгеновских лучей. Решение задачи о диффракции волн в случае кристаллов не так просто, как для простой плоской решетки, так как атомы расположены в кристаллах не в двух, а в трех измерениях. Лауэ, однако же, справился успешно с математической стороной задачи, а мюнхенские физики Фридрих и Книппинг воспроизвели тогда же и фактически предсказанный Лауэ диффракционный эффект на фотографической пластинке в виде рентгенограммы.

На фиг. 269 представлена рентгенограмма берилла на плоскости, параллельной 0001. Видно центральное темное пятно от первоначального пучка лучей и ряд более мелких пятен—от лучей, уклонившихся от своего первоначального направления



Фиг. 269.

при прохождении через кристалл. Ясно выступает в расположении пятен гексогональная симметрия берилла.

Открытие Лауэ привлекло к себе всеобщее внимание и сделало эпоху в науке. Теория диффракционных явлений вскоре была упрощена Браггами и Вульфом; Браггами, Дебай-Шеррером, Брольи, Шибольдом и др. усовершенствована методика рентгенографических исследований. Рентгенография кристаллов быстро развилась и достигла к настоящему времени поразительных успехов.

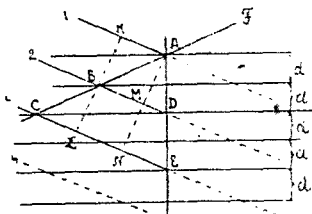
Общие основания рентгенографии кристаллов.

Как было указано выше, в главе о строении кристаллов, пространственная решетка любого кристалла состоит из большого количества комплексов плоских сеток, пересекающихся между собой под различными углами. Каждый такой комплекс, в свою очередь, образован многочисленными плоскими сетками, параллельными между собою. Когда на какую нибудь плоскую сетку падает пучек рентгеновских

лучей, то элементарные частички, или атомы кристалла, слагающие сетку (атомную плоскость), образуют собою маленькие препятствия, рассеивающие эти лучи. Вследствие этого, подобно лучам световым, рентгеновские лучи отразятся от плоской сетки кристалла. Существенная разница между отражением световых лучей от поверхности кристалла и намеченным сейчас отражением рентгеновских лучей от внутренних его плоскостей заключается, однако же, в том, что первое достигается сполна, когда отражающий слой имеет толщину всего лишь в несколько волн, а второе совершается от громаднейшего количества параллельных плоских сеток кристалла, сеток, отстоящих, каждая от своей соседней, на одну или несколько волн.

Атомные плоскости, или плоские сетки, для лучей обыкновенного света с их громадными относительно волнами, являются практически сплошными. Они теряют, наоборот, свою сплошность, раз речь заходит о мелких рентгеновских волнах. Рентгеновские лучи свободно проходят сквозь межуатомные отверстия сеток. Каждая единичная сетка отражает при этом лишь весьма малую долю энергии падающего на нее рентгеновского пучка.

Отраженные от многочисленных плоских сеток, параллельных между собою, рентгеновские лучи должны интерферировать между собою. Результат интерференции зависит, во первых, от длины волны примененных лучей λ , во вторых, от разности хода между отдельными лучами a . Последняя разность, в свою очередь, определяется: а) расстоянием между атомными плоскостями d и б) углом падения α , или, что то же, углом β падающих лучей s а атомными плоскостями, дополнительными k α до 90° .



Фиг. 270.

На фиг. 270 представлен поперечный разрез ряда горизонтальных плоских сеток кристалла, перпендикулярных бумаге. 1, 2, 3 и пр. суть параллельные, падающие на кристалл рентгеновские лучи. Каждый из них частично отражается от всех проходимых ими плоских

сеток. Рассмотрим же части их, которые после отражения—каждый от своей плоскости—пойдут по одному и тому же направлению CF . Они будут интерферировать между собой и результат интерференции будет зависеть от разности их хода. Для 1 и 2 лучей эта разность $a_{1,2} = BA - KA = BA - BM = BD - BM$ (ибо BA и BD суть стороны равнобедр. треуг. ABD , противолежащие равным углам: углу падения и углу отражения) $= MD$. Для 1 и 3 лучей $a_{1,3} = NE = 2MD$. Для 1 и 4 лучей $a_{1,4} = 4MD$, и т. д. Из прямоугольного треугольника AMD получаем $MD = 2d \sin \beta$. Следовательно, $a_{1,2} = 2d \sin \beta$, $a_{1,3} = 4d \sin \beta$, $a_{1,4} = 6d \sin \beta$ и т. д. При постоянстве d в разбираемом нами случае a меняется вместе с β . Будем же менять β .

I. Пусть β таков, что $a_{1,2} = n\lambda$. Все лучи интерферируют в одинаковых фазах и усиливают друг друга.

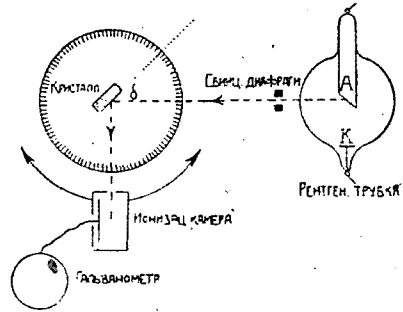
II. Пусть β таков, что $a_{1,2} = n\lambda + \epsilon$, где ϵ — дробная часть λ . Совершенно очевидно, что при громаднейшем количестве тех параллельных атомных плоскостей, от которых отражаются наши лучи, мы всегда можем подобрать k любому данному лучу 1 такой луч $x+1$, чтобы $xn\lambda + x\epsilon = xn\lambda + \frac{\lambda}{2}$. Лучи 1 и $x+1$ компенсируют друг друга, по направлению отражения мы не наблюдаем ничего, отражения не происходит.

Итак, отражение рентгеновских лучей от комплекса параллельных атомных плоскостей, или плоских сеток, наблюдается только тогда, когда β проходит через такие значения: β_1 , β_2 , β_3 и т. д., при которых: $2d\sin\beta_1 = \lambda$, $2d\sin\beta_2 = 2\lambda$, $2d\sin\beta_3 = 3\lambda$ и пр.

Отражение под углом β называется отражением 1 порядка, под углом β_2 — 2 порядка и т. д.

Метод Брэггов.

Для осуществления на опыте описанного сейчас отражения рентгеновских лучей в кристаллах английскими учеными Брэггами (отцом и сыном) был построен специальный „спектрометр“. Схема этого спектрометра изображена на фиг. 271. Источником рентгеновских лучей служит здесь рентгеновская трубка. Катод ее (K) соединяется с отрицательным полюсом индукционной катушки и испускает поток электронов, так назыв. катодных лучей. Лучи эти ударяются о платиновую или вольфрамовую (или иную) пластинку антикатада (A) и дают начало рентгеновским лучам. Тонкий пучек рентгеновских лучей через щель того ящика, в котором помещается трубка, направляется на кристалл, центрируемый на вращающемся столике с градусными делениями по кругу последнего. После отражения от кристалла пучек следует в ионизационную камеру, вращающуюся, подобно как и столик кристалла, вокруг вертикальной оси. Камера наполнена газом, сильно поглощающим рентгеновские лучи (напр., SO_2) и тем возбуждающим сильный ионизационный ток, измеряемый гальванометром.

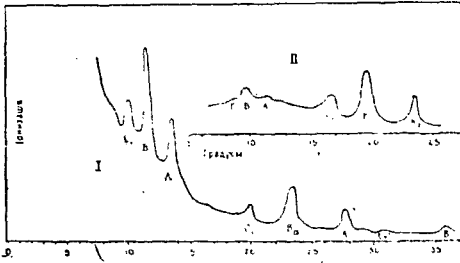


ФИГ. 271.

Исследование пучка рентгеновских лучей, исходящих из трубки, показывает, что пучок этот отличается сложным составом из волн различной длины наподобие белого света. Спектрометр разлагает его в более или менее непрерывный спектр. Несмотря на это, можно, все же, получить такие пучки рентгеновских лучей, которые могут быть сочтены за вполне однородные. Работы Баркла и его учеников показали, что каждое вещество, при надлежащем воздействии, испускает однородное, характерное для него рентгеновское излучение. Так, характерные лучи возникают в том случае, если из соответственного вещества сделать антикатод рентгеновской трубки и подвергнуть его бомбардировке катодными лучами достаточной скорости. Вещество бомбардируемого антикатада присоединяет тогда свои характерные лучи к общему потоку излучения. На фоне непрерывного спектра, вырисовываемого спектрометром при вращении кристалла, выделяются с большею или меньшею ясностью однородные пучки, с определенной длиной волны.

Фиг. 272 изображает нам изменение яркости отражения лучей, испускаемых трубкой с платиновым антикатодом от $\{100\}$ каменной соли. Три вершины A , B и C непрерывной кривой представляют характерное излучение платины. Они правильно повторяются (A' , B' и C' ; A'' , B'' и C'' ; A''' , B''' и C''') как отражения 1, 2 и 3 порядка соответственно углам β_1 , β_2 и β_3 , синусы которых относятся как 1:2:3.

Изучая при посредстве спектрометра углы отражения платиновых или иных лучей рентгеновской трубки от различных комплексов плоских сеток, или, что то же, внутренних граней кристалла, мы можем, с одной стороны, измерить λ данного характерного излучения, с другой, проанализировать пространственную решетку кристалла и определить ее размеры, т. е., размеры слагающих ее параллелепипедальных ячеек.



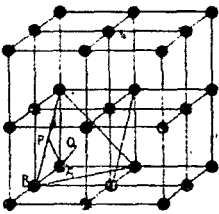
Фиг. 272.

В качестве примера может служить произведенное одним из Брэггов исследование кубических кристаллов меди.

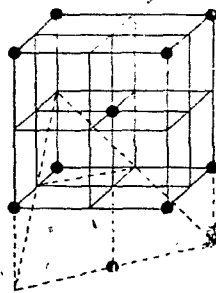
Применяя трубку с палладиевым антикатодом, он получил для углов отражения β следующие значения:

от грани	{ 100 }	—	9°24′,
" "	{ 110 }	—	13°18′,
" "	{ 111 }	—	8° 0′.

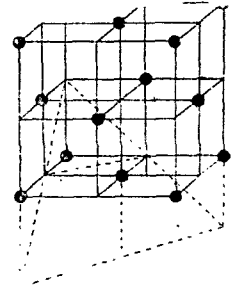
В кубической системе, согласно Бравэ (см. выше, фиг. 12), мы имеем 3 типа пространственных решеток. Элементарная ячейка 1 типа—куб с атомами, находящимися в его вершинах, в центре и в серединах граней (простой куб, фиг. 273). Элемент. ячейка 2 типа—куб с атомами в вершинах и в центре куба (центрированный куб, фиг. 274). Элемент. ячейка



Фиг. 273.



Фиг. 274.



Фиг. 275.

3 типа—куб с атомами в вершинах его и в серединах его граней (куб с центрированными гранями, фиг. 275).

Какому типу кубического строения отвечают вышеприведенные Бравговские углы?

Для ответа на этот вопрос нам нужно определить относительные расстояния между атомными плоскостями $d_{100} : d_{110} : d_{111}$, во всех трех типах решеток. Очевидно, что, в силу соотношения: $\lambda = d_{100} \sin \beta_{100} = d_{110} \sin \beta_{110} = d_{111} \sin \beta_{111}$, та пространственная решетка представит нам строение кристаллов меди, для которой $\frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = \sin 9^\circ 24' : \sin 13^\circ 18' : \sin 8^\circ 0' = 1 : 1,405 : 0,852$.

I. Простой куб. Из фиг. 273 видно, что $d_{100} = AB = d$, $d_{110} = AP = \frac{\sqrt{2}d}{2} = \frac{d}{\sqrt{2}}$, $d_{111} = AQ = \frac{\sqrt{3}d}{3} = \frac{d}{\sqrt{3}}$. Откуда: $\frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} = 1 : 1,411 : 1,732$.

II. Центрированный куб (фиг. 274): d_{100} и d_{111} , как в предыдущем случае; d_{110} относительно увеличивается вдвое. $\frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = 1 : 0.705 : 1.732$.

III. Куб с центрированными гранями (фиг. 275): d_{100} и d_{110} , как в простом кубе; d_{111} относительно увеличивается вдвое. $\frac{1}{d_{100}} : \frac{1}{d_{110}} : \frac{1}{d_{111}} = 1 : 1.411 : 0.866$.

Так как последнее написанное нами отношение почти точно отвечает отношению синусов углов отражения на $\{100\}$, $\{110\}$ и $\{111\}$, то отсюда следует, что пространственная решетка кристаллов меди слагается из кубов с центрированными гранями.

Вычислим теперь λ примененного нами палладиевого излучения^{*} В кубе с центрированными гранями помещается всего 4 атома: $\frac{1}{8} \times 8 = 1$ в вершинах куба и $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ в серединах граней. Атомный вес меди 63,57, вес атома водорода 1.64×10^{-24} гр. Вес 4 атомов меди: $4 \times 1.64 \times 10^{-24} \times 63,57$. Объем элементарной ячейки будет равен этому весу, деленному на удельный вес меди: 8.95. В то же время объем ее равняется кубу ее стороны: $2d$. Отсюда:

$$2d = \sqrt[3]{\frac{4 \times 1.64 \times 10^{-24} \times 63,57}{8,96}} = 3.60 \times 10^{-8} \text{ см.}, \text{ а } d = 1.80 \times 10^{-8} \text{ см.}$$

$$\lambda = 2 \times 1.80 \times 10^{-8} \times \sin 9^\circ 24' = 0.6 \times 10^{-8},$$

приблизительно в 10000 раз меньше длины волны желтого света.

Второй пример рентгеноскопических измерений кристаллов, интересный в том отношении, что он приводит нас к заключению о постройке пространственных решеток из атомов, а не из молекул кристалла, мы имеем в исследовании хлористых солей калия и натрия.

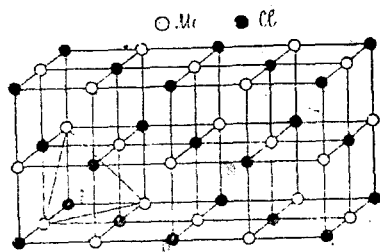
Измерения на KCl показывают нам, что кристаллы этого вещества построены по типу простой кубической решетки. Угол отражения 1 порядка от $\{100\}$ $\beta_{100} = 10^\circ 43'$.

Спектры хлористого натрия от $\{100\}$ и $\{110\}$ того же типа, как и у KCl . $\beta_{100} = 11^\circ 8'$. Спектр же от $\{111\}$ оказывается нового типа, фиг. 272, II. Он показывает слабое первое отражение, сильное второе, очень слабое третье и ошутительное четвертое. Расположены эти отражения таким образом, что, если принимать во внимание только яркие четные спектры, то мы получаем данные для простой кубической решетки; если же считать также и слабые нечетные спектры, то вырисовывается кубическая решетка с центрированными гранями.

Непонятная на первый взгляд разница в спектрах хлористых солей легко объясняется, если мы: 1) учтем доказанную Баркла способность атомов рассеивать рентгеновские лучи пропорционально их весу и 2) предположим, что излучающие центры, расположенные в узлах пространственных решеток, суть не молекулы, а атомы.

В самом деле, разместим поочередно по узлам пространственной кубической решетки атомы металла и хлора (фиг. 276). Рассматривая в этой решетке атомы лишь одного рода, или только M , или только Cl ,

мы увидим, что они лежат в узлах кубической решетки с центрированными гранями. В такой решетке все плоские сетки $\{100\}$ и $\{110\}$ содержат одновременно атомы металла и хлора—однородные сетки.



Фиг. 276.

Что же касается плоскостей $\{111\}$, то здесь, наоборот, мы встречаем чередование плоскостей чисто хлорных $\{111\}$ *cl* и плоскостей чисто металлических $\{111\}$ *m*. Принимая во внимание только хлорные плоскости, первое отражение от $\{111\}$ мы должны получить при $2d_{cl} \sin \beta = \lambda$ (фиг. 277). На полпути между хлорными плоскостями находятся, однако же,

плоскости $\{111\}$ *m*, причем $2d_{cl,m} \sin \beta^{\text{I}} = \frac{\lambda}{2}$. Отраженные ими лучи находятся с хлорными лучами в противоположных фазах.

Когда веса атомов металла и хлора, α , следовательно, и отражательные их способности по отношению к рентгеновским лучам, приблизительно равны, как у калия и хлора (ат. в. хлора 35,5, ат. в. калия 39), то металлические и хлорные лучи, интерферируя в противоположных фазах, погасят друг друга. Когда же, как в случае натрия и хлора, атомный вес и отражательная способность у металла значительно ниже, чем у хлора (ат. в. Na 23), то в результате интерференции хлорное отражение будет только ослаблено, но не уничтожено совершенно влиянием металлического луча. Появляется то первое слабое отражение

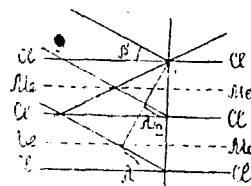
от $\{111\}$ которое отсутствует у KCl . У KCl первым будет то отражение, которое отвечает второму и яркому у NaCl , а именно: при $2d_{cl} \sin \beta^{\text{II}} = 2\lambda$ и $2d_{cl,m} \sin \beta^{\text{II}} = \lambda$. Хлорные и металлические лучи интерферируют здесь в одинаковых фазах и усиливают друг друга. Третьему отражению, ослабленному у хлористого натрия и отсутствующему у хлористого калия, отвечает: $2d_{cl} \sin \beta^{\text{III}} = 3\lambda$ и $2d_{cl,m} \sin \beta^{\text{III}} = \frac{3}{2}\lambda$. Четвертому, имеющемуся у обеих солей: $2d_{cl} \sin \beta^{\text{IV}} = 4\lambda$ и $2d_{cl,m} \sin \beta^{\text{IV}} = 2\lambda$.

Подобным же образом, как в случае хлористых солей, при помощи спектограмм Бреггов удалось расшифровать строение цинковой обманки, алмаза, пирита и весьма многих других минералов и солей.

Броули и др. вместо ионизационной камеры Бреггов применили для записывания рентгеноскопических спектров вращающуюся вместе с кристаллом фотографическую пленку. Метод усовершенствован особенно Шибольдом.

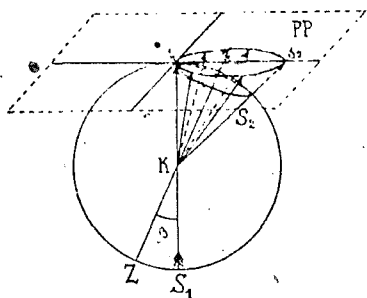
Фотограммы Лауэ.

Как было уже указано выше, рентгенограммы Лауэ получаются путем фотографирования тех рентгеновских эффектов, которые возникают вследствие прохождения рентгеновского пучка через строго ориентированную и неподвижную пластинку кристалла. Центральное пятно любой такой фотограммы образуется от воздействия на фотографическую пластинку прямого рентгеновского пучка. Все остальные пятна суть результат действия на эту пластинку лучей, отраженных от атомных

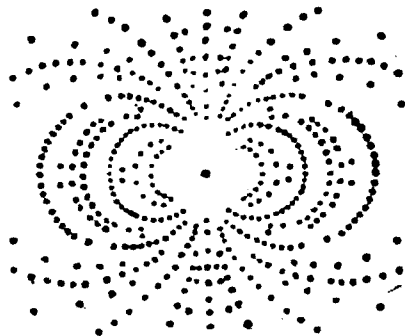


Фиг. 277.

плоскостей, или, что то же, внутренних граней кристалла. Понятно, что, в противоположность методу Бреггов, необходимо здесь применение сложного, „белого“, рентгеновского излучения (β для любой данной грани задано; удовлетворение формуле $\lambda = 2d \sin \beta$ возможно только при

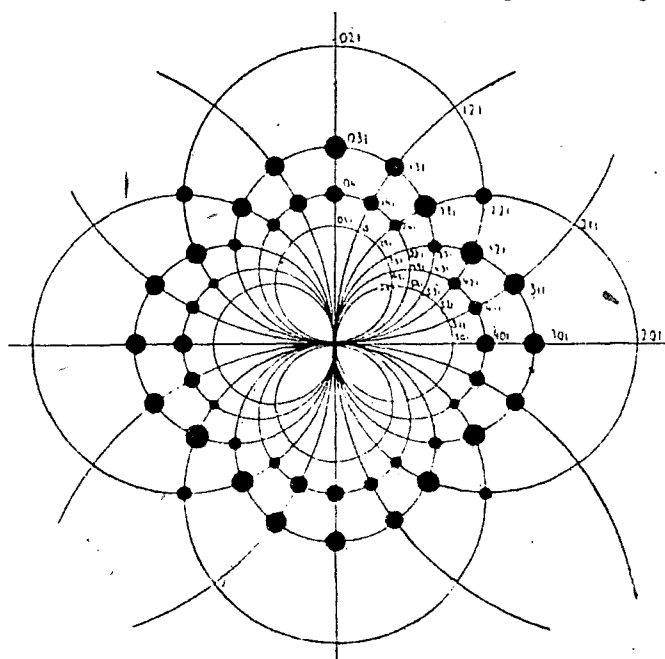


Фиг. 278.



Фиг. 279.

соответственном λ , заимствуемом из белой радиации). Отражательное действие плоскостей приблизительно выражается яркостью соответствующего пятна. Приблизительно потому, что разные пятна происходят от действия волн разной длины. Сравнивая яркость двух пятен, мы



Фиг. 280.

сравниваем отражение двух различных частей спектра, различных радиаций, не одинаково интенсивных уже в первоначальной, „белой“, радиации, падающей на кристалл.

Точное положение пятен определяется геометрически. Пусть на фиг. 278 K обозначает кристалл, S_1s_1 — первичный луч, дающий на фотографической пластинке отпечаток в s_1 , и Kz — грань кристалла

(атомная плоскость), перпендикулярная бумаге. Луч S_1K отражается от нее под углом β и дает отпечаток в s_2 . При вращении плоскости вокруг линии Kz она (плоскость) проходит постепенно через положение всех тавтозональных плоскостей, для которых Kz является осью зоны. Одновременно Ks_1 и S_2 описывают круговой конус, пересекающий фотографическую пластинку PP_1 по соответственному эллипсу. Очевидно, что этот эллипс будет нечто иное, как геометрическое место отражений от всех тавтозональных плоскостей с осью зоны Kz (зональная линия).

Характер зональной линии зависит от угла отверстия зонального конуса 2β . При значениях 2β от 0° до 90° (или β от 0° до 45°) зональные кривые представляют эллипсы. Когда 2β становится равным 90° ($\beta=45^\circ$), то зональная линия превращается в параболу. При значениях 2β от 90° до 180° ($\beta=45-90^\circ$) получаются гиперболы, при $\beta=90^\circ$ —прямая линия. Все эти зональные линии проходят через s_1 . В качестве примера описанной зональной зависимости может служить рентгенограмма фиг. 279, полученная при пропускании рентгеновского пучка через спайную пластинку по $\{001\}$ минерала ангидрита.

Удобно пользоваться стереографической проекцией рентгенограммы. В этой проекции эллипсы, параболы и гиперболы рентгенограммы—все обращаются в круги. На фиг. 280 представлена нами стереографическая проекция рентгенограммы хлористого калия через $\{001\}$.

Метод Дебая и Шеррера.

Для исследования кристаллов по методу Брэггов необходимо иметь кристаллические индивидуумы порядочных размеров. Дебай и Шеррер показали, что рентгеновские лучи способны дать нам картину строения кристаллического вещества также и в том случае, когда последние находятся у нас в виде порошка, т. е., собрания мелких разнообразно ориентированных зерен.

Сущность Дебаевского метода заключается в следующем. Как мы уже знаем, плоские сетки кристалла отражают рентгеновские лучи данной λ только в том случае, когда последние падают на них под углами β , удовлетворяющими равенству: $n\lambda = 2d \sin \beta$. Если мы, таким образом, работаем с однородными, „монокроматическими“ рентгеновскими волнами, то эти волны, проходя через порошок, выбирают для своего отражения в последнем только сетки определенной ориентировки, ориентировки под углами β между сеткой и лучем. Отраженные лучи образуют поверхности конусов с углами между осью и образующей, равными 2β .

Кристаллический порошок спрессовывается в маленькую палочку (в 10 мм. длиною и 2 мм. в поперечнике в опытах Дебая и Шеррера) и помещается в центре вертикальной цилиндрической камеры (57 мм. в поперечнике), через которую проходит первоначальный горизонтальный рентгеновский пучек. Трубочатая фотографическая пленка, составленная из двух плоских пленок, сложенных полукругом, прилегает к стенкам камеры. Конические пучки отраженных от порошка лучей и вырисовывают на пленке те кривые, которые мы видим на рентгенограммах Дебая. Зная размеры камеры и измеряя расстояния между кривыми, возможно вычислить для любого конуса, для любой сетки их β , а следовательно и d .

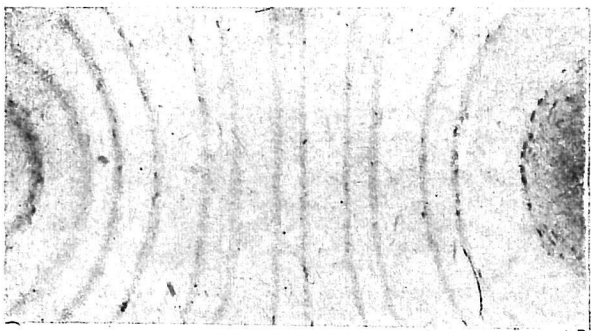
На фиг. 281 и 282 изображены Дебаевские фотограммы для LiF и для „аморфного“ Si .

Расчет фотограммы LiF показывает, что строение этого вещества такое же, как и KCl и $NaCl$ — кубическая решетка с попеременным расположением в узлах ее Li и F .

В особенности интересна фотограмма фиг. 282, относящаяся к „аморфному“ кремнию. Она показывает ясно, что это вещество в действительности отнюдь не аморфное, но кристаллическое; анализ фотограммы



Фиг. 281.



Фиг. 282.

приводит к той же решетке у кремния, какая доказана была Брэггами для алмаза, что совершенно отвечает непосредственному соседству Si и C в периодической системе элементов.

О дальнейших успехах рентгенографии кристаллов, об усложнении пространственных решеток введением в них электронов, об отношении этих новых решеток к явлениям скольжения, спайности и пр. будет изложено во 2-ой части нашего издания — в Физической Кристаллографии.

Ключ для определения

Есть оси симметрии высшего наименования	mL_n (Кристаллы с 3 главными осями=Кубическая=Правильн. с.) Общий характ. призна. $4L_2$	Есть несколько осей симметрии высшего наименования.	Есть плоскости симметрии	mP	Есть центр симметр. C	$3P, 6P'$		
	L_n (Кристаллы с главными осями =кристаллы с одной или несколькими осями симметрии высшего наименования, чем L_2)	Δ_6 (Гексагональн. с.)	Нет плоскостей симметр.	$0P$	$3L_1$ $3L_2$	Центр. нет $0C$	$3P$ $6P'$	
								Π
	Есть оси симметрии.	L_n (Кристаллы с одной или несколькими осями симметрии высшего наименования, чем L_2)	Только одна ось высшего наименования.	Δ_3 (Тригональная с., или тригональный отдел гексагон. с.)	mP	$3P$	$3L_2$ $0L_2$	
Π								$3P$ $0P$
$0P$								$3L_2$ $0L_2$
Нет осей симметрии.	L_2 (Кристаллы без главной оси).	Есть только двойные оси	Δ_4 (Квадратная с.)	$0P$	$3L_2$ $0L_2$	$2P, 2P'$ $0P$ $2P, 2P'$ $0P$		
							Π	$2P, 2P'$ $0P$
							$0P$	$2L_2, 2L_2'$ $0L_2$
Нет осей симметрии.	L_2 (Кристаллы без главной оси).	Есть только двойные оси	Δ_2 или I_1 (Квадратная с.)	$0P$	$2P$ $0P$	$2P$ $0P$		
							Π	$2P$ $0P$
							$0P$	$2P$ $0P$
Нет осей симметрии.	$0L$ (Кристаллы без осей симметрии).	Нет осей симметрии.	C (или l, p)	$0C, 0P, 0L$	$0C$	$0P, 0L$		
							P	$0C, 0P, 0L$

ОБЪЯСНЕНИЕ ЗНАКОВ: Оси симметрии: L —ось симметрии вообще. Δ —единственная ось симметрии, являющаяся, в тоже время, главной кристаллической осью; ее ставят вертикально; l —ось сложной симметрии. L', L'' и т. п.—оси симметрии, не совпадающие с кристаллическими осями или не равнозначные. Цифра, стоящая справа, означает наименование оси; цифра слева—число осей; 0 слева—отсутствие осей.— Π . Плоскости симметрии: P —плоскость симметрии вообще. P' —главная плоскость симметрии, перпендикулярная к главной оси; в ней лежат боковые

классов симметрии.

НАЗВАНИЕ КЛАССОВ.	Элементы симметрии.
Голоэдриа кубической (правильной) сист.=Октаэдрический класс. . .	$C, 4L_2, 3L_4, 6L_2, 3P, 6P'$
Пентагональная гемидэдриа кубич. (правил.) с.=Додекаэдрический класс	$3L_2, 4L_3, 3P, C$
Тетраэдрическая гемидэдриа кубич. (правил.) с.=Тетраэдрический класс	$3L_2, 4L_3, 6P'$
Плагидрическая гемидэдриа кубич. (правил.) с.=Гироэдрический класс	$3L_2, 4L_3, 6L_2$
Тетартоэдриа кубической (правильной) системы.	$3L_2, 4L_3$
Голоэдриа гексагональной с.=Диэксагольно-бипирамидальный класс . .	$C, \Delta_6, 3L_2, 3L_2', 3P, 3P', \Pi$
Пирамидальная гемидэдриа гексагон с.=Гексагольно-бипирамидальный класс	C, Δ_6, Π
Гемиморфия гексагон. с.=Гемиморфная гемидэдриа гексагон. с.=Диэксагольно-пирамидальный класс	$\Delta_6, 3P, 3P'$
Трапецоэдрическая гемидэдриа гекс. с.=Гексагольно-трапецоэдрический класс	$\Delta_6, 3L_2, 3L_2'$
Гемиморфно-пирамид. гемидэдриа гекс. с.=Пирамидальная тетартоэдриа=Тетартоморфия=Гексагольно-пирамидальный класс	Δ_6
Голоэдриа тригональной с.=Тригоноподобная (сфероидальная) гемидэдриа гексаг. с.=Дитригонально-бипирамидальный класс	$\Delta_3, 3L_2, \Pi, 3P$
Сфероидальная (тригоноподобная) тетартоэдриа гекс. с.=Тригонально-бипирамидальный класс	Δ_3, Π
Ромбоэдрическая, или скаленоэдрическая гемидэдриа гекс. с.=Дитригонально-скаленоэдрический класс	$C, \Delta_3, 3L_2, 3P'$
Гемиморфная гемидэдриа тригон. сист. (тетартоморф)=Дитригонально-пирамидальный класс.	$\Delta_3, 3P'$
Трапецоэд. тетартоэд. гекс. с.=Тригонально-трапецоэдрический класс .	$\Delta_3, 3L_2$
Ромбоэдрическ. тетартоэдр. гекс. с.=Тригонально-ромбоэдрический класс	Δ_3 (или l, p)
Огдоэдриа гексагон. с.=Тригонально-пирамидальный класс	Δ_3
Голоэдриа квадратной с.=Дитетрагонально-бипирамидальный класс . .	$C, \Delta_4, 2L_2, 2L_2', \Pi, 2P, 2P'$
Пирамидальная гемидэдриа кв. с.=Тетрагонально-бипирамидальный класс	C, Δ_4, Π
Гемиморфия кв. с.=Дитетрагонально пирамидальный класс.	$\Delta_4, 2P, 2P'$
Трапецоэдрич. гемидэдриа кв. с.=Тетрагонально-трапецоэдрический класс	$\Delta_4, 2L_2, 2L_2'$
Пирамидальная тетартоэдриа (или гемиморфия) кв. с.=Тетрагонально-пирамидальный класс	Δ_4
Скаленоэдрическая (сфероидальн.) гемидэдриа кв. с.=Тетрагонально-скаленоэдрический класс.	Δ_4 (или l_1, p), $2L_2', 2P$
Сфероидальная тетартоэдриа кв. с. Тетрагонально-сфероэдрический класс	Δ_4 (или l_1, p)
Голоэдриа ромбической с.=Ромбо-бипирамидальный класс	$C, L_2, L_2', L_2'', P, P', P''$
Гемидэдриа (сфероидальная) ромбич. с.=Ромбо-сфероэдрический класс .	L_2, L_2', L_2''
Гемиморфия ромбической с.=Ромбо-пирамидальный класс	L_2, P', P''
Голоэдриа моноклинной системы.=Призматический класс	C, L_2, P
Гемиморфия моноклин. с.=Сфероидальн. гем. мон. с.=Гемипризматический осевой класс	L_2
Голоэдриа триклинной системы.=Дипинакоидальный класс.	C (или l_2, p)
Гемидэдриа моноклин. с.=Гемипризматич. безосн. кл.=Доматический кл.	P
Гемидэдриа триклинной с.=Асимметрич. кл.=Гемипинакоидальный класс	$0P, 0L, 0C$

кристаллические оси, p —плоскость сложной симметрии. Цифра слева означает число плоскостей симметрии, 0—отсутствие плоскостей симметрии. P', P'' —плоскости боковой симметрии, проходящие через промежуточные оси (гексан., квадр. с.) или неравнозначная (ромбич. с.) Π . Центр симметрии— C (отсутствие центра— $0C$); хотя C и не имеет значение самостоятельного элемента симметрии, если принимать сложную симметрию, тем не менее он во многих случаях является признаком, очень характерным и облегчающим ориентировку.